

**МЕТОДИЧЕСКИ ИДЕИ ЗА РАЗВИТИЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКИТЕ  
СПОСОБНОСТИ НА УЧЕНИЦИТЕ В ЧЕТВЪРТИ КЛАС В ЧАСОВЕТЕ  
ПО СВОБОДНОИЗБИРАЕМА ПОДГОТОВКА**

**проф. д-р Евелина Динева**  
*Бургаски свободен университет*

**METHODOLOGICAL IDEAS FOR THE DEVELOPMENT OF THE  
MATHEMATICAL ABILITIES OF STUDENTS IN THE ELECTIVE  
COURSES OF FOURTH GRADE**

**Prof. Evelina Dineva, Ph.D**  
*Burgas Free University*

**РЕЗЮМЕ:** В статията се разглеждат математическите способности като част от специалните способности. Предлагат се някои методически идеи за студенти и начални учители как да съдействат за развитието на математическите способности на учениците от четвърти клас на началното училище.

**Ключови думи:** *способности, математически способности, развитие на математическите способности.*

**ABSTRACT:** The article discusses the mathematical abilities as part of the distinct abilities. Here are some methodological ideas for students and primary school teachers on how to help develop the mathematical abilities of fourth graders in the primary school.

**Key words:** *abilities, mathematical abilities, development the mathematical abilities*

Способностите са тези особености и свойства на личността, които отличават хората един от друг. Да се каже за човек, че е способен, е особено положителна оценка. Всяко общество трябва да открива способните си членове и да им предоставя възможности за развитие и за приложение на техните способности.

Анализирайки различни определения [Десев, 1998; Трифонов, 2002; Шадриков, 2007] за това какво представляват способностите, можем да обобщим, че те притежават следните специфики:

1. Способностите са сложна съвкупност от свойства на човешката психика.
2. Те са индивидуално обусловени.
3. Способностите са пряко свързани с човешката дейност – формират се и се развиват в нея.

4. Когато човек притежава способности в дадена област, той се различава от останалите с високата си продуктивност – и количествена, и качествена [Динева, 2016:10].

Почти общоприето е делението на способностите на общи (сложни) и специални.

Общите (сложните) способности включват умствените способности и качества на личността, паметта и нейните характеристики, качества като наблюдателност, съобразителност, въображение, внимание и др. Благодарение на общите способности човек се справя успешно с дейностите в живота си. Често общите способности се заменят с термина интелигентност. Интелигентността е обект на изследване от много учени, особено в сферата на диагностиката. Съществуват множество стандартизирани тестове, чрез които се измерва коефициентът на интелигентност.

Специалните способности са тези, благодарение на които човек има високи постижения в един тясно определен вид дейност – например музика, математика, рисуване, спорт и др.

Приемаме за даденост, че някои хора се раждат с изяви способности в областта на музиката, спорта, изкуствата и говорим за тях като за талантиливи индивиди. Дали бихме могли да кажем същото и за математиката? Кога се проявяват математическите способности, как можем да ги диагностицираме и подлежат ли на развитие?

Математическите способности са част от специалните способности. Те се формират и се развиват в процеса на математическата дейност. Математическите способности могат да се разглеждат и като разновидност на умствените или интелектуалните способности.

Математическите способности се определят от В. А. Крутецкий като „индивидуално-психически особености, които отговарят на изискванията на математическата дейност и обуславят, при равни други условия, успешното творческо овладяване на математическото учебно съдържание, в частност относително бързо, лесно и задълбочено овладяване на знания, умения и навици в областта на математиката“ [Крутецкий, 1968:91].

Все повече в съвременното ни общество се осъзнава необходимостта от усъвършенстване на математическото образование и развитие у учениците на математическите им способности. Преди всички това се дължи на факта, че математиката и математическото мислене намират приложение в много сфери на обществения и икономическия живот. Използването на математически модели вече не е приоритет само на техниката и техническите науки, а завзема и такива области като медицина, биология, икономика и др.

Началните учители са особено заинтересовани да се дадат отговори на въпросите, свързани с ранната диагностика и възможностите за развитие на математическите способности, защото развитието на децата в начална училищна възраст е неравномерно и трябва да имат специално отношение към тези ученици, които бързо и леко се справят със задължителния учебен материал.

Решенията на този проблем в световната практика са в две посоки – изпреварващо обучение и диференцирано обучение. У нас възможностите за развитие на математическите способности на учениците са по посока на диференциацията – вътрешна, в рамките на паралелката и частично външна – във формите на свободноизбираемата подготовка, като подготовка за участие в диагностична процедура за откриване на математически способности – математически състезания.

Задачите, давани на математически състезания, се отличават с нестандартност, логичност и по-висока степен на трудност в сравнение със задачите от учебната програма за съответния клас. Решаването им изисква редица качества на мисленето като съобразителност, умения за разсъждаване в прав и обратен ред, за анализ, абстрахиране и сравнение, наблюдателност и въображение и др. Тези задачи трудно биха могли да бъдат класифицирани и все пак има някои типови задачи, които неизменно присъстват в състезателните тестове. За тях учениците трябва да бъдат подготвени, да умеят да ги класифицират и да прилагат заучени похвати при решаването им.

Ще разгледаме няколко типа задачи, които се предлагат на математически състезания, т.е. такива, чрез които се диагностицират математически способности у ученици от четвърти клас.

Един от видовете задачи са тези, които се решават, като се започне отзад (от получения резултат) и се върви напред (към първите данни в условието). Например:

*Вики – на 12 години и братчетата ѝ близнаци Ангел и Боян – на по 8 години брали гъби. След като приключили, Вики разделила половината от своите гъби по равно на братчетата си. След това Боян дал по 6 гъби от своите на Ангел и Вики. Накрая Ангел дал 6 от своите гъби на Вики. Така, броят на гъбите на всяко дете бил 3 пъти по-голям от годините му. Колко гъби е набрал всеки?*

Ще предложим решение на тази задача, която е от математическо състезание, проведено на 15.05.2016 г. в ПМГ „Акад. Н. Обрешков“ – гр. Бургас.

След всичките размени всеки е имал тройно повече гъби от годините си, т. е. Вики е имала 36 гъби, Ангел и Боян – по 24 гъби.

Вики – 36 г.

Ангел – 24 г.

Боян – 24 г.

Това се е получило след като Ангел е дал 6 от своите гъби на Вики, следователно той е имал 30 гъби, а Вики – също 30 гъби.

Вики – 30 г.

Ангел – 30 г.

Боян – 24 г.

Това се е получило след като Боян е дал по 6 от своите гъби на Вики и Ангел, т. е. Боян е имал с 12 гъби повече – 36, а Вики и Ангел – по 24.

Вики – 24 г.

Ангел – 24 г.

Боян – 36 г.

Това е станало след като Вики разделила половината от гъбите си по равно на братята си, следователно при нея е останала другата половина, а преди това тя е имала 48 гъби. Ангел е имал 12 гъби, а Боян – 24.

Вики – 48 г.

Ангел – 12 г.

Боян – 24 г.

Всичките междинни и крайният резултат е добре да се подредят в таблица, на последния ред на която се прави проверка – общият брой на гъбите трябва да е един и същ.

Вики	36	30	24	48
Ангел	24	30	24	12
Боян	24	24	36	24
Проверка	84	84	84	84

Проверка може да се направи и като се почне от края на таблицата и от началото на условието на задачата и се изпълнят всички размени.

Разбира се, всички задачи от този вид имат алгебрично решение с помощта на уравнение, но след премахване на буквената символика от учебните програми за началните класове този метод за решаване става неизпълним и трябва да се търси аритметичен еквивалент.

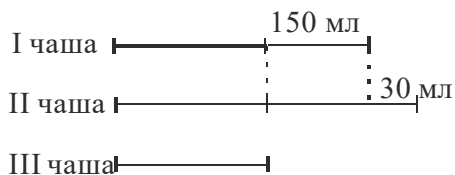
Друг вид задачи са тези, чието решение се подпомага от чертеж. Например:

*В три чаши е сипано мляко. Млякото във втората чаша е два пъти повече, отколкото в третата. Млякото в първата чаша е със 150 милилитра повече, отколкото в третата. При това, млякото във втората чаша е с 30 милилитра повече, отколкото в първата. Колко милилитра мляко има в третата чаша?*

Ще предложим решение на тази задача, която е от майското математическо състезание на ПМГ „Акад. Н. Обрешков“ – гр. Бургас.

Означаваме с една отсечка млякото в третата чаша. Млякото във втората чаша изобразяваме с двойно по-дълга отсечка. Млякото в първата чаша е толкова, колкото в третата и още 150 мл.

Чертежът ще изглежда така:



От чертежа се вижда, че всяка една от равните отсечки съответства на 180 мл мляко. Отговорът на задачата е: В третата чаша има 180 мл мляко.

Трета група задачи са задачи, в които се сравняват по тегло, цена и др. различни предмети. Например:

*Имаме еднакво тежки лимони, еднакво тежки портокали и една диня. Три портокала и четири лимона тежат 1 кг, а четири портокала и три лимона тежат 1 кг 100 г. Колко тежи динята, ако тя е с 400 г по-тежка от 6 лимона и 6 портокала?*

Решението на задачи от този вид по своята същност е алгебрично, въпреки че не се използва символиката на алгебрата. Дадените зависимости се изразяват чрез равенства, които се преработват до получаване на търсеното.

$$3 \text{ п.} + 4 \text{ л.} = 1 \text{ кг}$$

$$4 \text{ п.} + 3 \text{ л.} = 1 \text{ кг } 100 \text{ г}$$

Тогава

$$7 \text{ п.} + 7 \text{ л.} = 2 \text{ кг } 100 \text{ г}$$

$$1 \text{ п.} + 1 \text{ л.} = 2 \text{ кг } 100 \text{ г} : 7 = 300 \text{ г}$$

$$6 \text{ п.} + 6 \text{ л.} = 300 \text{ г} \cdot 6 = 1 \text{ 800 г}$$

$$1 \text{ 800 г} + 400 \text{ г} = 2 \text{ 200 г} = 2 \text{ кг } 200 \text{ г (тежи динята)}$$

В някои задачи от този вид се намира единичното тегло или единичната цена на всеки от предметите, но това не е задължително. Някои задачи са съставени така, че чрез аритметична преработка на „уравненията“ се стига до крайния отговор.

Друг вид задачи, който често се среща на математически състезания, е от Диофантови уравнения. И тези чисто алгебрични по своята същност задачи се решават с аритметични средства. Например:

*В една стая има 14 бюра. Една част от тях имат по 2 чекмеджета, а останалите са с по 3 чекмеджета. Ако чекмеджетата на всички бюра са 36, колко са бюрата с две чекмеджета?*

Решението може да бъде оформено в следната таблица:

Бюра с 2 чекм.	10.2=20	9.2=18	8.2=16	7.2=14	6.2=12
Бюра с 3 чекм.	4.3=12	5.3=15	6.3=18	7.3=21	8.3=24
Общо крака	32	33	34	35	36

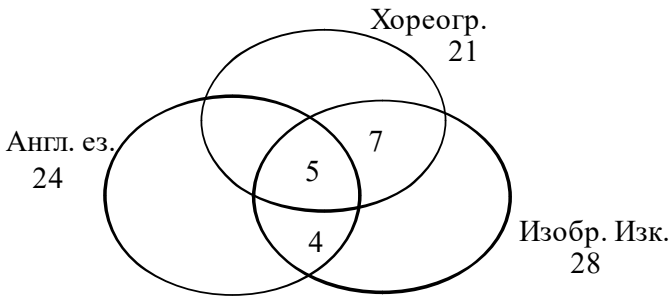
Следователно бюрата с две чекмеджета са 6. Разбира се, при повече съобразителност, третият и четвъртият опит биха могли да бъдат прескочени, защото се вижда, че броят на краката в следващата клетка се увеличава с един.

Следващият вид задачи, които могат да бъдат отдиференцирани в отделна група, са задачите от пресичащи се множества. Например:

*В едно училище има 50 четвъртокласници. Те имат възможности да избират допълнителни часове по: английски език, хореография и изобразително изкуство. 24 ученици посещават часовете по английски език, 21 – по хореография и 28 – по изобразително изкуство. Девет ученици изучават и изобразително изкуство, и английски език, 12 – изобразително изкуство и хореография, а петима посещават и трите вида занятия. Ако всеки от четвъртокласниците посещава поне един вид от допълнителните часове, колко посещават само английски език и хореография?*

Задачи от този вид се решават най-лесно, като се онагледят с помощта на диаграмите на Ойлер-Вен. Те не затрудняват учениците от четвърти клас с математически способности.

Ето как ще изглеждат тези диаграми за предложената задача:



$9 - 5 = 4$  (ученици посещават само английски език и изобразително изкуство)

$12 - 5 = 7$  (ученици посещават само изобразително изкуство и хореография)

$73 - 50 = 23$  (ученици посещават по повече от един вид допълнителни часове)

$23 - 5 = 18$  (ученици посещават по 2 вида часове)

$18 - (4 + 7) = 7$  (ученици посещават английски език и хореография)

В задачите за математически състезания често се срещат числови ребуси от следния вид:

В следващите равенства на еднаквите букви съответстват еднакви цифри, а на различните букви – различни цифри. Възстановете равенствата:

$$\begin{array}{r} \text{а) } \begin{array}{r} \text{А Б В Г} \\ \text{Б В Г} \\ + \text{В Г} \\ \hline \text{Г} \\ \hline 2000 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{б) } \text{А Б А В А} \\ \text{+ А Г В Б} \\ \hline \text{Г Б Б Г Б А} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{в) } \text{А . А Б = В Г Д} \\ + \quad : \quad - \\ \hline \text{В Е + Б = В Д} \\ \text{В И . Б = К Г} \end{array} \end{array}$$

Това, което трябва предварително да се изведе като правила на базата на конкретни случаи, е, че сборът на две едноцифрени числа е едноцифрено число или двуцифрено с лява цифра единица. Дори да прибавим още 1 към този сбор (когато имаме 1 наум), резултатът пак ще е едноцифрено число или двуцифрено с лява цифра единица.

Първото, което откриваме в третата задача, е, че  $\Gamma = 0$  и  $\text{В} = 1$ . Добре е след откриване на всяка цифра равенството да се преписва.

$$\begin{array}{r} \text{А . А Б = 1 0 Д} \\ + \quad : \quad - \\ \hline \text{1 Е + Б = 1 Д} \\ \hline \text{1 И . Б = К 0} \end{array}$$

От изваждането вдясно се вижда, че  $\text{К} = 9$ .

Тъй като  $\text{АБ} : \text{Б} = \text{Б}$ , следва, че това е  $36 : 6 = 6$  или  $25 : 5 = 5$ .

Заместваме с  $\text{А} = 3$  и  $\text{Б} = 6$  и получаваме:

$$\begin{array}{r} 3 . 3 6 = 1 0 8 \\ + \quad : \quad - \\ \hline 1 2 + 6 = 1 8 \\ \hline 1 5 . 6 = 9 0 \end{array}$$

Ако допуснем, че  $\text{А} = 2$  и  $\text{Б} = 5$ , виждаме, че равенството на първия ред не може да се изпълни, защото  $2 . 25 = 50$  – произведението е двуцифрено, а не трицифрено число.

Не бива да се забравя, че понякога задачите от този вид имат повече от едно решение.

Има един вид задачи, в които няма числени данни, а само зависимости между дадените обекти. Например:

*Четирима приятели: Андрей, Стив, Радо и Миро са студенти в Париж, Лондон, Рим и Берлин. Те се срещнали в Брюксел на концерт. Определете кой къде учи, ако:*

- Андрей и момчето от Берлин пристигнали в Брюксел едновременно, като нито един от двамата не е посещавал някога Париж или Лондон;

- Радо не е тръгнал от Берлин, но пристигнал в Брюксел по едно и също време с момчето от Париж;

- Миро и момчето от Париж за пръв път идвали в Брюксел.

За този вид задачи не може да се предложи еднакъв алгоритъм за решаването им. Във всички случаи трябва да се разсъждава, като се имат предвид последователно зависимостите между обектите.

За задачи като тази може да се направи таблица и да се попълват плюсове и минуси, съответно ако има и няма зависимост.

	Париж	Лондон	Рим	Берлин
Андрей	-	-	+	-
Стив			-	
Радо			-	
Миро			-	

От първото изречение се разбира, че Андрей не е от Париж или Лондон, нито от Берлин, т. е. той е от Рим. Поставяме плюс в клетката Андрей – Рим и минуси във всички клетки, които имат общо с Андрей и Рим.

От второто изречение – Радо не е от Берлин, нито от Париж, следователно е от Лондон.

	Париж	Лондон	Рим	Берлин
Андрей	-	-	+	-
Стив			-	
Радо	-	+	-	-
Миро		-	-	

Миро не е от Париж, следователно е от Берлин.

	Париж	Лондон	Рим	Берлин
Андрей	-	-	+	-
Стив			-	-
Радо	-	+	-	-
Миро	-	-	-	+

За Стив остава да е от Париж [Динева, 2016:86-96].

Един друг вид задачи използват за решаване знанията на учениците за кръговете от естествени числа – едноцифрени, двуцифрени, трицифрени и т.н. Например:

*За номерирането на страниците на книга са използвани 642 цифри. Колко страници има тази книга?*

Едноцифрените числа, които се използват за номериране, са 9.

Двуцифрените числа са 90, т.е. 180 цифри.

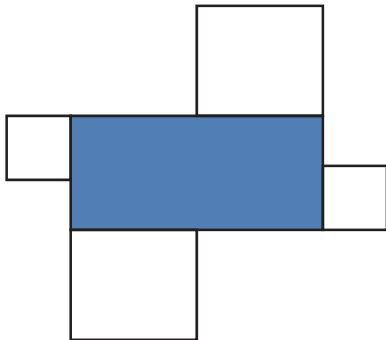
Остават още  $642 - (9 + 180) = 453$  (цифри за номериране с трицифрени числа)

$453 : 3 = 151$  (трицифрени числа са използвани)

$9 + 90 + 151 = 250$  (страници има книгата)

В часовете по СИП трябва да се включат и геометрични задачи, решаването на които изисква освен знания за основните геометрични фигури, още и наблюдателност, съобразителност, въображение. Например:

*Двор има формата, показана на фигурата. Дължината на оградата е 200 м. Колко е обиколката на оцветения правоъгълник, ако всеки неочветен квадрат има за страна половината от страната на оцветения правоъгълник, върху който лежи?*



Нека страните на малките квадратчета са една част. Тогава страните на големите квадрати ще са 2 части. Обиколката на цялата фигура ще е 24 части, а на оцветения правоъгълник – 12 части, т.е. обиколката на оцветения правоъгълник е два пъти по-малка от обиколката на цялата фигура и е 100 м.

Друг вид геометрични задачи, които също изискват наблюдателност и съобразителност, са задачите за откриване на прости геометрични фигури – триъгълници, квадрати, правоъгълници – върху сложен чертеж.

В задачите от математически състезания могат да се открият още много други, голяма част от които не могат да се класифицират и за които не може да се предложи алгоритъм за решаване, защото са уникални. Именно затова чрез предложените тук и останалите неклассифицирани задачи могат да се диагностицират математически способности.

### **Литература:**

1. Desev, Lyuben. Rechnik po psihologiya, S., 1998.
2. Dineva, Evelina. Za matematicheskite sposobnosti na uchenitsite ot nachalnite klasove – diagnostika i vuzmozhnosti za razvitie, Kaloyanov, Burgas, 2016.
3. Krutetskiy, Viktor A. Psihologiya matematicheskikh sposobnostey shkolnikov, P., Prosveshthenie, 1968.
4. Trifonov, Trifon. Obshta psihologiya, Paradigma, V. Turnovo, 2002.
5. Shadrikov, V. D. Sposobnosti cheloveka. V: Psihologicheskie osnovnyu profesionalnoy deyatelnosti. Hrestomatiya. Sostavlenie i obshtaya redaktsiya V. D. Bodrova, OOO „PER SE“, M., 2007.