



Размито оценяване на инвестиционни портфейли

доц. д-р Мая Ламбовска¹,
гл. ас. Ангел Марчев мл.²,
Университет за национално и
световно стопанство - София

УВОД

Целта на настоящата статия е да предложи нов подход за оценяване на инвестиционни портфейли, който използва размити инструменти от теорията на интервалите и теорията на размитите подмножества. Оценяването се разглежда от авторите като подфаза на процеса на управление на инвестиционния портфейл. Подходът се състои в определяне на взаимните и скритите влияния между съществени променливи на инвестиционния портфейл, като оценките за влиянията се описват с размити четириъгълни числа и се агрегират чрез математически операции с размити матрици на влияние и размити функции “експертон”.

Авторите на статията си поставят следните няколко задачи, решени в отделните части на статията:

1. Да се представи една обща концепция за процеса на управление на инвестиционен портфейл. В тази връзка в първата и втората част на статията са дефинирани основни понятия от теорията на портфейла и е изяснена авторската представа за процеса на управление на портфейл.

2. Да се направи обзор на някои известни в научната литература предложения за размито управление на портфейли. Задачата е изпълнена в третата част на статията.

3. Да се характеризира същността на предлагания в статията подход. Задачата е

¹ доц. д-р Мая Ламбовска, Университет за национално и световно стопанство - София, катедра “Управление”, мобилен тел.: +359 884 282 487, e-mail: mlambovska@abv.bg

² гл. ас. Ангел Марчев мл., Университет за национално и световно стопанство - София, катедра “Управление”, мобилен тел.: +359 888 444 062, e-mail: angel.marchev@basaga.org

изпълнена в четвъртата част на статията.

4. Да се разработят основите на методика за размито оценяване на инвестиционен портфейл, в т.ч. характеристика на инструментариума на методиката, изясняване на нейните етапи и процедури. Задачата е изпълнена в петата част на статията.

5. Да се представят и анализират основните резултати от апробацията на подхода с емпирични данни. Задачата е изпълнена в шестата част на статията.

В методическо отношение предлаганият подход се реализира чрез инструментариума на метода на експертни оценки, теорията на доверителните интервали и теорията на размитите подмножества. Използват се математически операции с доверителни интервали с четири оценки (наричани “доверителни четворки”), размити четириъгълни числа, случайни размити матрици на влияние и размити функции “експертон”.

1. ОСНОВНИ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ИНВЕСТИЦИОНЕН ПОРТФЕЙЛ

Инвестиционният портфейл е комбинация от инвестиционни инструменти, притежавани от даден инвеститор. Инвестиционните инструменти са инвестиционни възможности (инвестиционни активи, акции), свободно търгувани на прозрачен регулиран пазар, който публично емитира достатъчно съществена информация.

Смисълът на използването на портфейла е да се подобрят условията на инвестиционния процес, като се достигат такива инвестиционни свойства (стойности на съществените им променливи), които са недостижими от инвестирането в отделен инвестиционен инструмент. Най-често (но не единствено) разглежданите инвестиционни свойства са риск и доходност. Конкретна конфигурация от риск и доход е единствено възможна в рамките на даден набор от инвестиционни инструменти. Подобряването на условията по риска и доходността при инвестиране се нарича диверсификация.

Стойността на портфейла се определя по формула (1).

$$P(t) = \sum_{i=1}^n x_i(t) + C(t), \quad (1)$$



където:

- i - е пореден номер на позицията (инвестиционния инструмент);
- k - общ брой възможни непарични позиции;
- t - времеви момент на наблюдение;
- $P(t)$ - стойност на портфейла към момент t ;
- $s_i(t)$ - инвестирана сума в позиция i към момент t ;
- $C(t)$ - стойност на парична позиция към момент t .

Всеки портфейл съдържа $k+1$ позиции (инвестиционни инструменти), всяка от тях със съответни тегла, където k е броят на инвестиционните инструменти, търгувани на пазара. За нежеланите в портфейла позиции се присвояват тегла със стойност θ . Неинвестираните средства се отчитат в парична (кешова) позиция C . Ако паричната позиция е по-малка от θ , това означава, че са взети средства на заем. Къси позиции (получени при продаване на непритежаван, временно зает актив) са възможни, като в този случай теглото на инвестиционен инструмент i е отрицателно. Типично пазарът се приема за невискозен, т.е. при сделките не се отчитат транзакционни разходи, инфлация, данъци, олихвяване на кешовите позиции и други. Вискозност е набор от фактори, създаващи допълнителни разходи за свободното търгуване на пазара.

Доходността на инвестиционен портфейл се

$$R_p(t) = \frac{(P_i(s) \cdot h_i - P_i(b) - K(s) - K(b)) \cdot (1 - D_p) + B_i \cdot (\overline{b+s}) \cdot (1 - D_k)}{P_i(b)}; D_p, D_k \in [0, 1], \quad (3)$$

където:

- $P_i(s)$ - е цена на продаване към момент s на инвестиционен инструмент i ;
- $P_i(b)$ - цена на купуване към момент b на инвестиционен инструмент i ;
- h_i - коефициент за корекция при сплит на инвестиционен инструмент i ;
- $B_i(\overline{b+s})$ - количествено представени допълнителни ползи от инвестиционен инструмент i , получени за периода между моменти b и s ;
- D_p - функционал за данъчна ставка върху приходи от ценови разлики;
- D_k - функционал за данъчна ставка върху приходи от допълнителни ползи;
- $K(s)$ - брокерска комисионна към момент s ;
- $K(b)$ - брокерска комисионна към момент b .

Във връзка с формула (3) следва да се вземат под внимание следните съображения и пояснения:

- След като поемането на къси позиции нормално са възможна транзакция, не е известно кой от моментите s и b е предшествател за другия

(формула (2)) се изчислява като средна претеглена от доходностите на всички инвестиционни инструменти.

$$R_p(t) = \sum_{i=1}^k w_i(t) R_i(t), \quad (2)$$

където:

- $R_p(t)$ - е доходност на портфейл p към момент t ;
- $R_i(t)$ - доходност на инвестиционен инструмент i към момент t ;
- $w_i(t)$ - относително тегло на позиция i към момент t .

Теглата кореспондират с конфигурацията на портфейла инвестираните средства във всяка позиция. Сумата на всички тегла (включително на паричната позиция) винаги е равна на 1 . Нормално се допуска, че доходността от паричната позиция е равна на θ . Макар че при отчитането на пазарно-вискозни фактори като инфлация и краткосрочен лихвен процент, доходността от парична позиция може да бъде както положителна, така и отрицателна.

За да се изчисли доходността на всеки инвестиционен инструмент към определен момент от време, е необходимо на първо място да се въведе допускането, че процесът се развива в дискретно време. На второ място, трябва да се отчетат всички възможни реkvизити за обобщения случай (вж. формула (3)).

момент. По тази причина е използвана двупосочната стрелка във формула (3).

- За да се отчетат възможните сплит операции (увеличаване на броя на акциите, без увеличение на капитала) на дадена емисия инвестиционни инструменти през периода на



Инвестиране в него, се въвежда коефициент на корекция h . В зависимост от типа на позицията дълга или къса, стойността на h може да бъде:

- $h > 1$ за дълги позиции т.е. $x/1$, където x е сплит съотношението
- $h < 1$ за къси позиции т.е. $1/x$, където x е сплит съотношението

• Независимо от доходността породена от ценови промени, съществуват други форми на доходност от инвестиционен инструмент, възникващи през периода на инвестиране. Такива са дивиденди, лихви, ползи от икономически права и власт и пр. Всички те трябва да се оценят като входящ или изходящ финансов поток на един дял (Например, ако през периода на инвестиране в къса позиция бъде определен за изплащане дивидент на стойност z за един дял, то това е отрицателна доходност на стойност z).

Съществуват разнообразни подходи за изчисляване на портфейлния риск. Доминиращата концепция е да се използва дисперсия и/или стандартно отклонение и/или волатилност като измерител на риска. Може да бъде добре аргументирано използването и на информационната ентропия като измерител. Измерването на риска на отделен инвестиционен инструмент може да бъде формулирано като функция от историческите данни за доходността му (вж. формула (4)).

$$V_i(t) = F\left(\left(t-d\right), t\right), \quad (4)$$

където:

- $V_i(t)$ – риск на инвестиционен инструмент i към момент t ,
- F – функция за измерване на риска на инвестиционен инструмент i ,
- d – дълбочина (брой наблюдения) на отчитаната предистория.

Без значение кой измерител се използва за индивидуалните рискове на отделните инвестиционни инструменти, в литературата съществува консенсус, че рискът на портфейла не е само средно претеглено от рисковете на включените инвестиционни инструменти [6; 573]. Рискът на портфейла зависи не само от отделните рискове, но също и от взаимната зависимост (взаимообвързаност) измежду инвестиционните инструменти.

Един примерен начин за измерване на

портфейлния риск е описан чрез формула (5). Във формулата има две събираеми – едното е за средно-претеглената стойност на рисковете на включените инвестиционни инструменти, другото е за изчисляване на взаимнообвързаността между всеки две двойки инструменти.

$$V_p(t) = \sum_{i=1}^k w_i(t)^2 V_i(t) + \sum_{i=1}^k \sum_{j=i+1}^k w_i(t) w_j(t) \rho(V_i(t), V_j(t)), \quad (5)$$

където:

- $V_p(t)$ – е риск на портфейла p към момента t ;
- $V_i(t)$ – риск на инвестиционен инструмент i към момента t ;
- $\rho(V_i(t), V_j(t))$ – измерител за взаимнообвързаност между инвестиционни инструменти i и j .

2. ФАЗИ В ПРОЦЕСА НА УПРАВЛЕНИЕ НА ИНВЕСТИЦИОННИЯ ПОРТФЕЙЛ

Процесът на управление на портфейл може да бъде анализиран в няколко фази, подредени в рамките на управленски цикъл, като същевременно е и процес на преобразуване на информация. Като такъв той има присъщите три генерални фази с техните функционални подфази, както следва:

1. Въвеждане на входяща информация В тази фаза входящият поток информация се кодира в разбираема форма.

1.1. Получаване, събиране, систематизиране на информация за целите за управление на портфейла. Целта се разбира като желано състояние (конфигурация) на съществените променливи. Целта е предварително формулирана преди началото на процеса на управление, а на тази подфаза вече формулираната цел се превежда в разбираем вид. След първия управленски цикъл се появява допълнителна задача – съпоставка между настоящо и желано състояние. За този случай може да бъде използван критерий за оценяване на портфейл. Много подходящ е коефициентът на Сортино или някоя от неговите модификации, защото е естествено целеориентиран, съпоставяйки достигната и желана доходност при регистрирано ниво на риск.

1.2. Получаване, събиране, систематизиране на информация за поведението и структурата на портфейла. Тази подфаза



затваря обратната връзка на процеса на управление на портфейла.

1.3. **Получаване, събиране, систематизиране на информация за пазара (околната среда)** Тази подфаза работи с информация от известните, наблюдавани външни фактори (пазарни условия и ограничения, достижими инвестиционни възможности), влияещи върху процеса за управление на портфейла.

2. **Преобразуване на информация** Фазата се свързва с използване по най-добрия възможен начин на получената информация във функционално съответствие с поредния етап от управлението на портфейла.

2.1. **Прогнозиране и/или оценяване на очаквани стойности на съществените променливи на достижимите инвестиционни възможности и външните фактори.** Също така е необходим статистически анализ на предходните структури на портфейла.

2.2. **Генериране на решения** Това е процес на дефиниране и оценяване на осъществими състояния на портфейла като комбинации от множество инвестиционни инструменти. Съществува необходимост от външен модел за симулиране на възможните решения на портфейлната задача. Без да е задължителен компонент, използването на еталонен модел е нормално при управлението на портфейл. Еталонният модел представлява компютъризиран симулационен модел за експериментиране с и оценка на генерираните решения. В повечето случаи компютърната симулация се програмира по някоя известна (или нова) теория (например теория на Марковиц).

2.3. **Изработване на решение и избор на портфейлна структура** Разглеждат се само "оптималните" (най-добрите възможни) решения от всички осъществими такива. Дори в най-простия случай се налага многокритериална оптимизация и прилагане на принципа на необходимото външно допълнение. Важна променлива, която трябва да бъде отчетена, е рационалността и индивидуалната склонност към риска (и/или към други съществени променливи) на инвеститора.

3. **Използване на изходяща информация** Този етап се свързва се с предаване (декодиране)

на необходимата информация за управленски въздействия на портфейла. На тази фаза управленските действия се излъчват към портфейла, което също така означава и реализиране на избраното решение. След съпоставка между желаната и настоящата структура на портфейла, разликите се превеждат във вид на пазарни поръчки. При реализацията на решението се намесват няколко реални ограничения, правейки го по този начин субоптимално:

- Дискретизация, делимост, наличност на емисията от даден инвестиционен инструмент численото решение става задача за целочислена оптимизация.

- Чисто закъснение на реакцията на системата, включително време за изпълнение на поръчката, а също така и време за достигане на условията на поръчката. Инертността на управляваната система (портфейла) също допринася.

- Пазарна вискозност Описва се с акумулираното влияние върху свободната търговия на фактори като брокерски комисионни, темп на инфлацията в икономиката, данъци върху положителни ценови разлики и/или върху допълнителни ползи (дивиденди, лихви и други)

3. РАЗМИТ ПОДХОД ЗА РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧА ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА ПОРТФЕЙЛА

След като решението за портфейлна структура разчита на екс-анте оценка, базирана на екс-пост данни, процесът на управление се извършва в условия на неопределеност, породена от неизвестните бъдещи резултати [14]. Нещо повече, голямата комплексност и аномалност [15; 22] на финансовите пазари правят стохастичния (а още по-малко детерминистичния) подход все по-неприложими, защото няма база за допускане за каквото и да е априорно разпределение на доходностите от инвестиционни инструменти. Ето защо от изследователската общност се търсят други подходи за справяне с неопределеността.

Възможен (алтернативен) подход за решаването на тази задача е използването на е



размити числа и размити множества за описване на неопределени явление и/или използване на размита логика за обработване на данни от неопределени явления. Изцяло размит подход за управление на портфейл би бил процес, изцяло изграден от размити фази:

- Въвеждане на размита входяща информация фъзификация (представяне в размит вид) на данни от портфейла и околната среда. Що се отнася до целите, те така или иначе оригинално са лингвистични променливи. Въпросът е те да бъдат приведени до информационно съвместим вид с останалата част на процеса.

- Размитото преобразуване на информацията предимно би използвало размита логика и размита математика. Вече съществуват множество такива предложения за оценяване на съществени променливи и генериране на решения (виж по-долу). Някои от тях дори предлагат начини за размит подбор и оценка на решенията чрез размити функции.

- Използване на размита изходна информация би била фазата, в която се извършва дефъзификация (представяне в дискретен вид) на решението и се изпълняват управленски действия на портфейла.

След като размитият подход за решаване на задачи в условията на неопределеност стават все по-популярен сред изследователите, е съвсем очаквано, че вече има широк спектър от предложения за решения за различните фази и/или задачи на процеса за управление на портфейла. Най-често предложенията са насочени към двете най-технически фази на управлението на портфейл:

А. Предложения за размито оценяване на съществени променливи на портфейл

Този тип решения е най-често срещаният сред предложенията за размито управление на портфейл. Авторите предлагат размити измерители за риск и доходност, типично следвани от последващ метод за оценяване на ковариационна матрица, необходима за оптимизация (вж. например [16], [22], [7] и [18]).

В [11] се използват размити функции на принадлежност за корекция на риска и доходността на инвестиционните инструменти. В [12] и [21] измерителят за портфейлния риск е

размито оценена модификация на метода “value at risk”. В [5] е предложен един неконвенционален измерител на портфейлния риск – информационна ентропия на размити доходности на инвестиционните инструменти в портфейла.

Интересен и до известна степен близък до предложението на настоящата статия е подходът в [19]. Авторите използват експертни мнения, за да достигнат степен на съгласие за оценката на риска. При друго изследване, направено в [14] се използват интервални числа и същевременно експертни мнения за прогнозиране на цените на инвестиционните инструменти.

Б. Предложения за размито генериране на осъществими решения на портфейлна задача

В тези случаи авторите се фокусират върху използването на размита аргументация т.е. размити подмножества, размити правила и лингвистични променливи за селекция на портфейлна структура или реализация на инвестиционна стратегия. Бояджиев в своята класическа книга [2; 157-164] е един от първите, които предлагат подобно решение. По-късно в [17], [4] и [3] се доразвива идеята за размити лингвистични правила.

Размита стратегия за ранжиране и селекция на портфейли, даваща “най-добро” решение за различни степени на избягване на риск от инвеститора е предложена в [1]. В [20] е използван размит аналитико-йерархичен подход за многокритериална селекция на инвестиционни инструменти в портфейл.

4. КОНЦЕПЦИЯ НА ПРЕДЛАГАНИЯ ПОДХОД ЗА РАЗМИТО ОЦЕНЯВАНЕ НА ИНВЕСТИЦИОННИЯ ПОРТФЕЙЛ

Както беше споменато по-горе, настоящата статия предлага нов размит подход за оценяване на портфейлна структура с използването на експертни мнения. Важна предварителна забележка е, че понятието експертно мнение се използва в широк смисъл. Така че едно експертно мнение може да представлява изчислен резултат от математически алгоритъм, твърдение на човек със специални и разширени познания в дадената област или някаква



комбинация от двете.

Процесът на оценяване на портфейла започва след като портфейлната структура е вече зададена. Използват се експертни оценки или оценки от математически алгоритми (наричан по-долу „метод на експертните оценки“), представени във вид на размити четириъгълни числа. Те имат функции на принадлежност, при които максимумът се достига в диапазон (а не само в точка) от стойности измежду стойностите на оценяваната променлива. Размитите числа се обработват по конкретна методика за откриване на влиянието на дохода върху риска между инвестиционните инструменти и в рамките на портфейла. Провежда се анализ за скритите влияния.

Целта на подхода е да се изработи способ за оценяване на инвестиционни портфейли чрез определяне на взаимните влияния между съществени променливи на портфейла (в конкретния случай доходност и риск) и на скритите влияния между тях.

Предлаганият подход може да бъде използван и като база за съпоставка и/или ранжиране на различни портфейли. Не на последно място, използваните експертни мнения могат да се разглеждат като агрегирани резултати от други подходи за управление на портфейл. По този начин подходът би могъл да се определи като универсален способ за комбиниране на няколко методики, като същевременно се отсяват (чрез осредняване) някои от техните най-неприемливи решения.

5. ОСНОВИ НА МЕТОДИКА ЗА РАЗМИТО ОЦЕНЯВАНЕ НА ИНВЕСТИЦИОНЕН ПОРТФЕЙЛ

5.1. Инструментариум за оценяване на инвестиционен портфейл

В подхода оценяването на портфейла се свързва с две дейности. Първата дейност е оценяване на влиянието на доходността върху риска на акциите от портфейла при отчитане на взаимните влияния между доходността на акциите и на риска помежду им. Втората дейност е оценяване на скритите влияния на доходността върху риска на акциите в портфейла.

Предлаганият от авторите на статията инструментариум включва:

- метод на експертни оценки;
- математически операции с доверителни интервали с четири оценки (“доверителни четворки”); и
- математически операции с размити четириъгълни числа, размити експертони, случайни размити матрици на влияние.

Методът на експертните оценки се използва за оценяване на доходността и риска на акциите от портфейла, и на влиянието на доходността върху риска. Оценките се систематизират в размити матрици на: влияние на доходността върху риска, взаимни влияния между доходността на акциите и взаимни влияния между риска на акциите. За оценките е зададен възможен интервал за изменение. Методът на експертните оценки се прилага поради убеждението на авторите за ниската полезност на статистическите методи за оценяване в условия на неопределеност.

Доверителните интервали с четири оценки са инструмент на *теорията на интервалите*. Тя е дял от математиката, прилаган за условия на субективност и неопределеност^[9; 11]. Съгласно теорията оценката се описва с интервал, който не се характеризира с възможност за събдяване и изпъкналост^[9; 21]. В настоящия контекст доверителните четворки са изграждащи елементи на случайни размити матрици на влияние и на функции “експертон” в процедурата по агрегиране на оценките на портфейла. В подхода доверителните четворки се представят в дискретен (дефъзифициран) вид чрез т. нар. “представително число на доверителна четворка”. То отразява относителното линейно разстояние на интервала до числото “нула”^[10; 74] при отсъствие на възможност за събдяване^[10; 74]. По-конкретно, представителните числа се прилагат при определяне на скритите влияния на доходността върху риска и за по-ясно представяне на резултатите от оценяването на портфейла.

В подхода се използват три вида инструменти от *теорията на размитите подмножества*. Първият инструмент е размитото подмножество/число. То се описва с доверителни интервали за всяка възможност за събдяване от интервала^[8; 37]. *Размитите четириъгълни числа* се използват за описание на



неопределените оценки на експертите за влиянията: на доходността върху риска на акциите от портфейла, между доходността на акциите и между риска на акциите. Размитото четириъгълно число е размито число/подмножество с линейна и непрекъсната характеристична функция, която има две оценки при възможност за сбъждане “единица” и две оценки при възможност за сбъждане “нула” [2; 24-25].

Математическите операции със случайни размити матрици на влияние (вж. [10; 54]) се прилагат при агрегиране на оценките за влиянията и при изследване на съвместните и скритите влияния между доходността и риска. В подхода се използват три операции с тези матрици функция “maxmin”, изчисление на математическо очакване на матрица и разлика между матрици. Функцията “maxmin” се прилага при оценяване на съвместните влияния от I и II поколение между доходност и риск (формула (6)). Математическото очакване претегля оценките за влиянията с възможностите им сбъждане. То се използва при определяне на скритите влияния на доходността върху риска.

Размитите функции “експертон” са вид случайни размити матрици на влияние. В подхода те се функциите “експертон” се прилагат при агрегиране на експертните оценки. Експертонът се дефинира като матрица, описваща закона за кумулативно (за всички експерти [10; 55]) комплементарно (допълващо, в случая до числото “единица” [10; 55]) вероятно разпределение на експертните оценки [9; 54].

5.2. Етапи на подхода за оценяване на инвестиционен портфейл

Съгласно авторската идея оценяването на инвестиционните портфейли се реализира на четири етапа:

- Етап I “Определяне на инвестиционния портфейл”;
- Етап II “Агрегиране на оценките за (взаимните) влияния на доходност и риск на акциите в инвестиционния портфейл”;
- Етап III “Оценяване на съвместните влияния (от I и II поколение) на доходност и риск в инвестиционния портфейл”; и

- Етап IV “Оценяване на скритите влияния на доходността върху риска в инвестиционния портфейл”.

Първият етап включва процедури по генериране на инвестиционния портфейл и оценяване на (взаимните) влияния на доходността и риска на акциите от портфейла. Първата процедура не е предмет на публикацията. Във втората процедура се генерират матриците на (взаимно) влияние на доходността и риска в портфейла, в т.ч. матриците на: влияние на доходността върху риска за акциите от портфейла, взаимно влияние между доходността на акциите и взаимно влияние между риска на акциите. В математическо отношение оценките се представят с размити четириъгълни числа.

На втория етап на подхода се агрегират оценките за влияние на доходността и риска на акциите в инвестиционния портфейл. Това се постига чрез формиране на функции “експертон”, които налагат използването на размитите четириъгълни числа като доверителни четворки. Вторият етап включва процедури по:

- изчисление на експертон на взаимните влияния между доходността на акциите;
- изчисление на експертон на взаимните влияния между риска на акциите; и
- изчисление на експертон на влиянието на доходността върху риска на акциите.

В първата процедура се агрегират взаимните влияния между доходността на отделните акции в портфейла. Процедурата включва акумулиране на оценките за взаимните влияния между доходността на акциите чрез случайни размити матрици на влияние и формиране на експертон за взаимното влияние между доходността на акциите. Във втората процедура се агрегират взаимните влияния между риска на отделните акции в портфейла. В третата процедура се агрегират влиянията на доходността на акциите върху риска им. Втората и третата процедура се реализират аналогично на първата процедура от етапа.

На третия етап се оценяват съвместните влияния от I и II поколение между доходността и риска на акциите от портфейла. Етапът се реализира се чрез обединение на взаимните влияния между доходността на акциите, риска на акциите и влиянията на доходността върху



риска в т.нар. “съвместни влияния от I и II поколение”. Съвместните влияния се оценяват чрез приложение на функцията “maxmin” за експертоните: “доходност - доходност”, “риск - риск” и “доходност риск” (вж. формула (6)).

$$\hat{I}_{I,II} = \hat{Y} \circ \hat{R}_{Y \rightarrow R} \circ \hat{R} = \left(\hat{Y} \wedge \hat{R}_{Y \rightarrow R} \wedge \hat{R} \right)_{\text{maxmin}} \quad (6)$$

където:

$\hat{I}_{I,II}$ е случайна размита матрица на съвместните влияния от I и II поколение;

\wedge, \circ са математическите означения за функцията “maxmin”, “max” и “min” съответно;

\hat{Y} е експертон “доходност - доходност”;

\hat{R} - експертон “риск - риск”;

$\hat{R}_{Y \rightarrow R}$ - експертон “доходност - риск”.

На четвъртия етап се оценят скритите влияния на доходността върху риска за акциите от инвестиционния портфейл. Етапът включва деакумулиране (до числото “нула”) на размитите матрици на влияние на доходността върху риска, изчисление на математическото очакване за размитите матрици на деакумулирани влияния на доходността върху риска и оценяване на скритите влияния на доходността върху риска на акциите. Първата дейност се отнася за експертоната на влиянията на доходността върху риска и за размитата матрица на съвместните влияния от I и II поколение на доходността върху риска. Втората дейност се реализира с цел отчитане на възможностите за събждане на деакумулираните оценки за влиянията на доходността върху риска. Прилага се по отношение на доверителните четворки от експертоната на деакумулирани влияния и от размитата матрица на деакумулирани съвместни влияния от I и II поколение, както и за портфейла като цяло от тези експертон и размита матрица. Доверителните четворки на математическите очаквания се заместват с техните представителни числа, които се систематизират в т.нар. “представителни матрици”.

Скритите влияния на доходността върху риска на акциите от портфейла се определят чрез:

1) формиране на разликата между елементите на представителните матрици на математическите очаквания за влиянията на доходността върху риска (вж. формула (7) и за съвместните влияния от I и II поколение на

доходността и

2) последващо дефиниране като скрити влияния на разликите, които са равни или по-големи от дадена константа, принадлежаща в интервала $(0,1]$ (вж. формула (8)).

$$D\varepsilon_{A_i,II} = \left| D\varepsilon_{A_i,II}^{(2)} \right| = \varepsilon_{A_i,II}^{(2)} - \varepsilon_{A_i,II}^{(1)}, \quad D\varepsilon_{A_i,II}^{(2)}, \varepsilon_{A_i,II}^{(2)}, \varepsilon_{A_i,II}^{(1)} \in [0,1] \quad (7)$$

$$Dde_{A_i}^{(2)} = D\varepsilon_{A_i,II}^{(2)} \text{ за } D\varepsilon_{A_i,II}^{(2)} \geq c, c \in (0,1] \quad (8)$$

където:

$D\varepsilon_{A_i,II}$ е матрица на разликите на математическите очаквания за влиянията на доходността върху риска;

$\varepsilon_{A_i,II}^{(2)}$ - представително число на математическото очакване за доверителната четворка на деакумулираното влияние на доходност на акция A_i върху риска на акция A_j ;

$\varepsilon_{A_i,II}^{(1)}$ - представително число на математическото очакване за доверителната четворка на деакумулираното съвместно влияние от I и II поколение на доходност на акция A_i върху риска на акция A_j ;

$Dde_{A_i}^{(2)}$ - скрито влияние на доходността на акция A_i върху риска на акция A_j ;

c - константа, $c \in (0,1]$

6. АПРОБАЦИЯ НА ПОДХОДА ЗА РАЗМИТО ОЦЕНЯВАНЕ НА ИНВЕСТИЦИОНЕН ПОРТФЕЙЛ

Апробацията на предложения в статията подход е направена за три инвестиционни портфейла от по четири акции ($A1$ до $A4$). Акциите и в трите портфейла са от един и същи вид, но участват в портфейлите с различни тегловни коефициенти.

Резултатите за влиянието на доходността върху риска на акциите от портфейли 1, 2 и 3 са представени във таблици 1, 2 и 3 съответно. Фигура 1 съдържа графично представяне на резултатите за влиянието на доходността на акциите от трите портфейла върху риска на акция $A1$ (вж. таблици 1, 2 и 3, колона “Акция $A1$ ”, ред “Портфейл...”).

Както е видно от таблици 1 до 3, и трите портфейла се характеризират с висока степен на влияние на доходността върху риска, варираща в интервала $[0,66;0,75]$. Най-високи са резултатите за портфейл 3 (таблица 3). Следователно, при равни други условия *изборът на портфейл е категорично за портфейл 3.*



- “Computational Intelligence for Evolving Trading Rules”, IEEE Transactions On Evolutionary Computation, Vol. 13, No. 1, 2009
- [5] HUANG, X., “Mean-Entropy Models for Fuzzy Portfolio Selection”, IEEE Transactions On Fuzzy Systems, Vol. 16, No. 4, August 2008
- [6] JONES, C. P., “Investments: Analysis and Management”, John Wiley & Sons, New York, 1994
- [7] KATAGIRI, H., ISHII, H., “Fuzzy Portfolio Selection Problem”, Systems, Man, and Cybernetics, 1999
- [8] KAUFMANN, A., GIL ALUJA, J. Introduccion de la teoria de los subconjuntos borrosos a la gestion de la empresas. Ed. Milladoiro, Santiago de Compostela, 1986.
- [9] KAUFMANN, A., GIL ALUJA, J. Laz matematicas del azar y de la incertidumbre. Ediciones Graficas Ortega, Madrid, 1990.
- [10] KAUFMANN, A., GIL ALUJA, J. Modelos para la investigacion de efectos olvidados. Pugalsa S.A., Vigo, 1988.
- [11] LIAN, K., LI, C., “A Fuzzy Decision Maker for Portfolio Problems”, 2010 IEEE International Conference On Systems, Man And Cybernetics October 10-13, 2010, Istanbul, Turkey
- [12] LIU, Y., WANG, T., GAO, L., REN, P., LIU, B., “Fuzzy portfolio optimization model based on worst-case VaR”, Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, 18-21 August 2005
- [13] LOMEV, B., I. IVANOV, “Self-similarity, Heavy Tails and Long-range Dependence as Measures for Financial Market Inefficiency - the Case of Bulgaria”, The 9th Hellenic European Research on Computer Mathematics & its Applications Conference, Athens, 2009
- [14] 15 MARCHEVA, A. A., “Making a decision for portfolio management in the conditions of risk and uncertainty”, Technical University, Sofia, 1995
- [15] 21 MARKOWITZ, HARRY M, USMEN, NILUFER, “The Likelihood of Various Stock Market Return Distributions, Part 2: Empirical Results,” Journal of Risk and Uncertainty, Springer, vol. 13(3), pages 221-47, November 1996
- [16] MOHAMED, Z., MOHAMAD, D., SAMAT, O., “A Fuzzy Approach to Portfolio Selection”, Sains Malaysiana 38(6)(2009): 895899
- [17] NAKAOKA, I., TANI, K., HOSHINO, Y., KAMEI, K., “A Portfolio Selection by SOM and An Asset Allocation of Risk / Nonrisk Assets by Fuzzy Reasoning Using the Selected Brands”, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2005
- [18] P E T R E S K A , B . , KOLEMISEVSKA-GUGULOVSKA, T., “A Fuzzy Rate-of-Return Based Model for Portfolio Selection and Risk Estimation”, 2010 IEEE International Conference On Systems, Man And Cybernetics October 10-13, 2010, Istanbul, Turkey
- [19] TASTLE, W., WIERMAN, M., “Visualization of Mutual Fund Risk Using the Consensus Theory Measure of Agreement”, The 28th North American Fuzzy Information Processing Society Annual Conference Cincinnati, Ohio, USA, 2009]
- [20] TIRYAKI, F., AHLATCIOGLU, B., “Fuzzy portfolio selection using fuzzy analytic hierarchy process”, Information Sciences 179 (2009)
- [21] WANG, B., WANG, S., WATADA, J., “Fuzzy Portfolio Selection based on Value-at-Risk”, 2009 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, San Antonio, TX, USA
- [22] ZHANG, W., ZHANG, Q., NIE, Z., “A class of fuzzy portfolio selection problems”, Proceedmgs of the Second International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Xi'an,,2-5 November 2003