

Математически синтез и анализ на лентов филтър с мост на Вин – част.2.

Пламен Ангелов Ангелов, Милена Димитрова Ангелова

Mathematical analysis and synthesis of a Vin bandpass filter – part.2.

Plamen Angelov Angelov, Milena Dimitrova Angelova

Abstract: Presented scientific material aims to put the transfer function of the specialized Vin bandpass filter. Presented scientific material continued development of part.1. It examines optimization scheme and output transfer function of the filter.

Keywords: Precision generators, Bandpass filter, transfer function

Увод

В настоящата статия се продължава извеждането на предавателна функция на лентов филтър с мост на Вин. За да се изпълнят редица от условията за стабилност на изходната характеристика при тази схема трябва да се съблюдават някои особености като:

- работа на филтъра при критични стойности на усилването на операционния усилвател;
- спектъра на изходния сигнал при различен коефициент на усилване.

Статията разглежда въпроса как може да се постигне максимална стабилност на изходните параметри при това схемно решение. За целта в представеният анализ се извежда модел на предавателната функция, като по този начин се анализират причинно следствените връзки за входно - изходните параметри на схемата. Тези параметрите ще бъдат обект на математическото изследване.

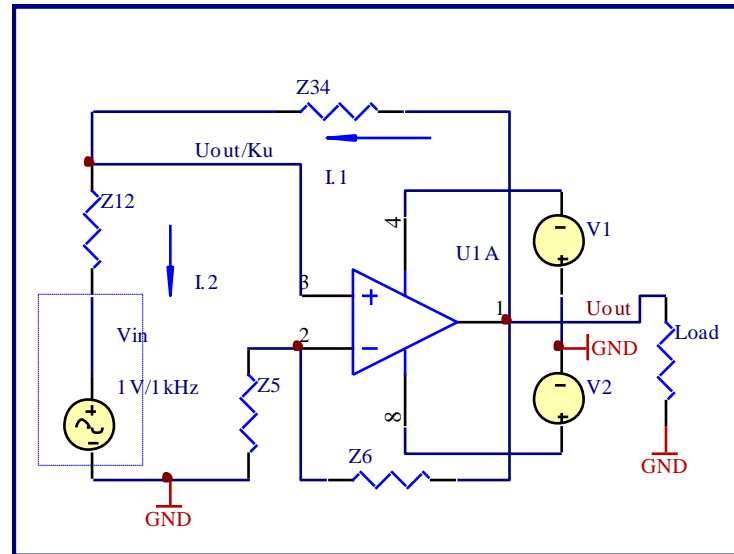
1. Оптимизиране на схемата

Комплексните импеданси Z_1 , Z_2 са свързани паралелно и могат да бъдат представени като еквивалентно съпротивление в следния вид:

$$Z_{1,2} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_m \text{ [}\Omega\text{]}$$

Комплексните импеданси Z_3 и Z_4 са свързани паралелно и могат да бъдат представени като еквивалентно съпротивление в следния вид:

$Z_{3,4} = Z_3 + Z_4 \text{ [}\Omega\text{]}$ след направените преобразувания получаваме схемата показана на фиг.1.



Фиг.3. Обща схема за анализ

2. Извеждане на предавателна функция на филтъра

Според закон на Ом (за част от веригата) за големината на тока i_1 можем да запишем:

$$(1) i_1 = \frac{U_{in} - U_x}{Z_{1,2}} [A]$$

където:

U_{in} [V] - входно напрежение за схемата;

$Z_{1,2}$ [Ω] - комплексен импеданс;

Аналогично за големината на ток i_2 можем да запишем:

$$(2) i_2 = \frac{U_x - U_{out}}{Z_{3,4}} [A]$$

където:

U_x [V] - входно напрежение на извод 3 на ОУ;

U_{out} [V] - изходно напрежение за схемата;

$Z_{3,4}$ [Ω] - комплексен импеданс.

Според първи закон на Кирхов за т.1. от схемата можем да запишем:

$$(3) i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{U_{in} - U_x}{Z_{1,2}} = \frac{U_{in} - \frac{U_{out}}{K_u}}{Z_{3,4}}$$

От израз (3) се прави следното параметрично преобразуване:

$$(4) \frac{U_{in}}{Z_{1,2}} = \frac{U_{out}}{K_u \cdot Z_{3,4}} - \frac{U_{out} \cdot K_u}{K_u \cdot Z_{3,4}} + \frac{U_{out}}{K_u \cdot Z_{1,2}} \Rightarrow \frac{U_{out}}{K_u} \cdot \left(\frac{1}{Z_{3,4}} - \frac{K_u}{Z_{3,4}} + \frac{1}{Z_{1,2}} \right)$$

От изрази (3) и (4) за големината на входното напрежение се получава:

$$(5) U_{in} = U_{out} \cdot \frac{Z_{1,2}}{K_u} \cdot [(1 - K_u) \cdot \frac{1}{Z_{3,4}} + \frac{1}{Z_{1,2}}] [V]$$

От друга страна позовавайки се на равенството за коефициента на предаване се извежда израза:

$$(6) K(p) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{1}{\frac{Z_{1,2}}{K_u} \cdot [(1 - K_u) \cdot \frac{1}{Z_{3,4}} + \frac{1}{Z_{1,2}}]} \Rightarrow K(p) = \frac{K_u}{[1 + (1 - K_u) \cdot \frac{Z_{1,2}}{Z_{3,4}}]}$$

Сега нека разгледаме само израза в знаменател получен от равенство (6):

$$(7) Z_{1,2} = Z_1 || Z_2 + Z_{in} = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{p \cdot C_1}}{R_1 + \frac{1}{p \cdot C_1}} + R_{in} = \frac{R_1}{1 + p \cdot R_1 \cdot C_1} + R_{in} = \frac{R'_1}{1 + p \cdot R_1 \cdot C_1} [\Omega]$$

където: $R'_1 = (R_1 + R_{in}) [\Omega]$

Допуска се че входния импеданс на източника е чисто активен:

$$(8) Z_{3,4} = Z_3 + Z_4 = R_2 + \frac{1}{p \cdot C_2} = \frac{1 + p \cdot R_2 \cdot C_2}{p \cdot C_2} [\Omega]$$

Тогава за отношението $Z_{1,2} / Z_{3,4}$ можем да запишем:

$$(9) \frac{Z_{1,2}}{Z_{3,4}} = \frac{\frac{R'_1}{1 + p \cdot R_1 \cdot C_1} + R_{in}}{\frac{1 + p \cdot R_2 \cdot C_2}{p \cdot C_2}} = \frac{R'_1}{(1 + p \cdot R_1 \cdot C_1)} \cdot \frac{p \cdot C_2}{(1 + p \cdot R_2 \cdot C_2)} \Rightarrow$$

$$\frac{Z_{1,2}}{Z_{3,4}} = \frac{p \cdot R'_1 \cdot C_2}{1 + p \cdot R_2 \cdot C_2 + p \cdot R_2 \cdot C_1 + p^2 \cdot R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2} =$$

$$\frac{p \cdot R'_1 \cdot C_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot (p^2 + p \cdot (\frac{R_1 \cdot C_1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} + \frac{R_2 \cdot C_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}) + \frac{1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2})} \Rightarrow$$

$$\frac{Z_{1,2}}{Z_{3,4}} = \frac{p \cdot R'_1}{p^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 + p \cdot (\frac{R_1 \cdot C_1}{C_2} + R_2) + \frac{1}{C_2}}$$

Замествайки така получената стойност в израз (6) ще получим:

$$\begin{aligned}
 K(p) &= \frac{K_u}{[1 + (1 - K_u) \cdot \frac{Z_{1,2}}{Z_{3,4}}]} = \frac{K_u}{1 + (1 - K_u) \cdot \left(\frac{p \cdot R'_1}{p^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 + p \cdot \left(\frac{R_1 \cdot C_1}{C_2} + R_2 \right) + \frac{1}{C_2}} \right)} = \\
 (10) \quad &= \frac{[p^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 + p \cdot \left(\frac{R_1 \cdot C_1}{C_2} + R_2 \right) + \frac{1}{C_2}] \cdot K_u}{(p^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 + p \cdot \left(\frac{R_1 \cdot C_1}{C_2} + R_2 \right) + \frac{1}{C_2}) + p \cdot R'_1 \cdot (1 - K_u)} = \\
 &= \frac{[p^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 + p \cdot \left(\frac{R_1 \cdot C_1}{C_2} + R_2 \right) + \frac{1}{C_2}] \cdot K_u}{p^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 + p \cdot \left(\frac{R_1 \cdot C_1}{C_2} + R_2 + R'_1 - K_u \cdot R'_1 \right) + \frac{1}{C_2}}
 \end{aligned}$$

След като заместим стойността за R'1 и положим R=R1=R2; C=C1=C2. За коефициента на предаване се получава израза:

$$\begin{aligned}
 K(p) &= \frac{[p^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 + p \cdot \left(\frac{R_1 \cdot C_1}{C_2} + R_2 \right) + \frac{1}{C_2}] \cdot K_u}{p^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 + p \cdot \left(\frac{R_1 \cdot C_1}{C_2} + R_2 + R_1 + R_{in} - K_u \cdot R_1 - K_u \cdot R_{in} \right) + \frac{1}{C_2}} \Rightarrow \\
 (11) \quad & \text{Изхождайки} \\
 K(p) &= \frac{K_u \cdot [p \cdot R^2 \cdot C + 2 \cdot p \cdot R + \frac{1}{C}]}{p^2 \cdot R^2 \cdot C + p \cdot [R \cdot (3 - K_u) + R_{in} (1 - K_u) + \frac{1}{C}]}
 \end{aligned}$$

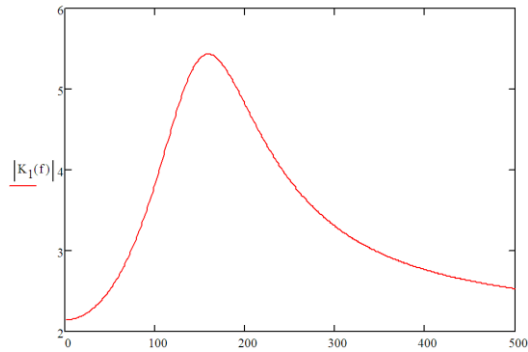
от равенство (11) за израза на коефициента на предаване без отчитане съпротивлението на източника се записва:

$$(12) \quad K1(p) = \frac{K_u \cdot (p^2 \cdot R \cdot C + 2 \cdot p + \frac{1}{R \cdot C})}{p^2 \cdot R \cdot C + p \cdot (3 - K_u) + \frac{1}{R \cdot C}}$$

3. Провеждане на числен експеримент

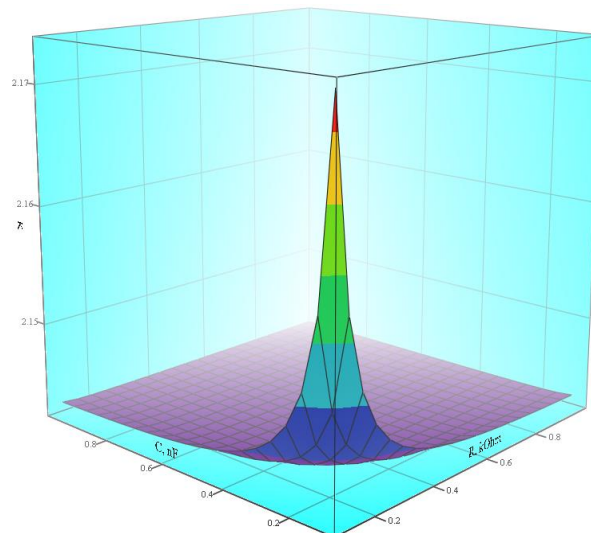
Въз основа на така полученият израз на предавателната функция се провежда числен експеримент с помощта на програмен продукт MathCAD.

Определяне на работната честота и извеждане на предавателната функция K1(p). Участващи параметри $R = 10k\Omega$ и $C = 100nF$. Резултата е показан на следващата фигура:



Фиг.4. Определяне на работната честота и амплитудното изменение на коефициента на предаване

Изследване амплитудната стабилност на схемата с промяна на толеранса на честотно определящите компоненти $R = 1 \div 10k\Omega$ и $C = 10nF \div 1\mu F$. Резултата е показан на следващата фигура.



Фиг.5. Определяне на работната честота и амплитудното изменение на коефициента на предаване

Заклучение

За коефициента на усилване за схема от фиг.1. знаем, че: Тук трябва да обърнем внимание на израз (12) в който ясно се вижда, че ако $K_u=3$ то част от знаменателя ще се нулира. За да се избегне това избираме $K_u > 3$. Забелязва се че това условие е идентично с приложението на „моста на Вин” като генератор [2]. Проведения числен експеримент показва честотното и амплитудното ограничения на схемата.

Използвана литература

- [1] Wong J., “Single resistor controls Wien Bridge Oscillator Frequency” Analog Devices Application note, 2010 (AB112)

- [2] TI Application report, Sine wave oscillator TI, SLOA060 – March 2001;
- [3] Single Supply Op Amp Design Techniques, Application Note, Texas Instruments Literature, Number SLOA030
- [4] Oscilators-module-03.pdf AF Sinewave oscillators, [www.learnabout-electronics .org](http://www.learnabout-electronics.org)
- [5] http://www.electronics-tutorials.ws/oscillator/wien_bridge.html