# СЪЗДАВАНЕ НА НЕПРЕКЪСНАТ МОДЕЛ НА СЪСТОЯНИЕТО НА АСИНХРОНЕН ДВИГАТЕЛ В УСТАНОВЕНА КООРДИНАТНА СИСТЕМА

**Даря Сиракова**
*ТУ - София, ИПФ - Сливен*
**Силвия Лецковска**
**Камен Сейменлийски**
*Бургаски свободен университет*

# CREATION OF CONTINUOUS MODEL OF THE STATE OF INDUCTION MOTOR IN THE ESTABLISHED DATUM

**Darya Sirakova**
*Technical University – Sofia, Engineering and Pedagogy Faculty – Sliven*
**Silvija Letskovska**
**Kamen Seymenliyski**
*Burgas Free University*

***Abstract:*** *The report examines the causes of a continuous pattern of the induction motor in an established coordinate system. To create the necessary model are derived equations. It can be used in the study of transient phenomena in the asynchronous motor in specific production.*

***Key words****: oriented regulation, zero vector, coordinate system.vector of the stator voltage, vectors of the stator current, torque.*

**Въведение**

Необходимостта от създаване на непрекъснат модел на състоянието на асинхронен двигател в установена координатна система е продиктувано от идеята да се създаде голямо многообразие от схеми за управление, функциониращи в установена координатна система, определени от магнитния поток или от положението на ротора.

Развитието на модела ще даде възможност да се трансформира сложната структура на променливотоковата машина в еквивалентна постояннотокова.

Представените диференциални уравнения позволяват да се построи желания модел на асинхронен двигател с накъсосъединен ротор в установена координатна система.

## I. ПРОБЛЕМИ ПРИ РАЗРАБОТВАНЕТО НА НЕПРЕКЪСНАТ МОДЕЛ НА СЪСТОЯНИЕТО НА АСИНХРОНЕН ДВИГАТЕЛ В УСТАНОВЕНА КООРДИНАТНА СИСТЕМА

Изходната точка при разработването на непрекъснатия модел на състоянието на асинхронен двигател в установена координатна система се явяват статорните и роторните уравнения на напрежението [1, 2, 3, 6]. Необходими са уравнения за определяне на:

- статорното напрежение в система на статорна намотка:

(1) $$\overline{u}_s^s = R_s\bar{i}_s^s + \frac{d\overline{\psi}_s^s}{dt},$$

- роторното напрежение в накъсосъединена система на роторна намотка:

(2) $$\overline{0} = R_r\bar{i}_r^r + \frac{d\overline{\psi}_r^r}{dt}$$

Където:
- Rs, Rr – съпротивления на статора и ротора;
- $\overline{\psi}_r^r$ – вектор на роторно потокосцепление;
- $\overline{\psi}_s^s$ – вектор на статорно потокосцепление;
- $\overline{0}$ – нулев вектор.

За определяне на векторните потокосцепления се използват уравнения 3,а и 3,б:

(3,а) $$\begin{cases}\overline{\psi}_s = \bar{i}_s L_s + \bar{i}_r L_m \\ \overline{\psi}_r = \bar{i}_s L_m + \bar{i}_r L_r\end{cases}$$

(3,б) $$\begin{cases}L_s = L_m + L_{\sigma s} \\ L_r = L_m + L_{\sigma r}\end{cases}$$

Където:
- $L_m$ – взаимна индуктивност
- $L_s$ , $L_r$ – статорна и роторна индуктивност
- $L_{\sigma s}$ ,$L_{\sigma r}$ – статорна и роторна индуктивност на разсейване

На базата на механичното симетрично изграждане, индуктивностите във всички декартови координатни системи са равни. Следователно отпадат поставените високо индекси в уравнението (3,а) и (3,б).

За описание на двигателя са необходими само механичните уравнения, както следва:

- уравнение на въртящия момент:

(4) $$m_M = \frac{3}{2}z_p(\overline{\psi}_s \mathrm{x} \bar{i}_s) = -\frac{3}{2}z_p(\overline{\psi}_r x \bar{i}_r)$$

- уравнение на движението:

(5) $$m_M = m_W + \frac{J}{z_p}\frac{d\omega}{dt}$$

Където:
- $m_M$, $m_W$ – двигателен и съпротивителен момент;
- $z_p$ – полюсно чифтово число;
- J – инерционен момент;
- ω – механична ъглова скорост.

Уравнение (4) отбелязва образуването на въртящия момент на двигателя чрез кръстосаните продукти на векторите на статорния поток с роторния ток.

Ако изберем въртяща се координатна система със скорост $\omega_к$ трансформацията между координатната система и съответната система на намотката ще се осъществи както следва:

- Формулиране на уравнението на статорното напрежение. След употреба на формулите на трансформация се получава:

(6, а)
$$\overline{u}_s^s = \overline{u}_s^k e^{j\vartheta_k};\ \overline{i}_s^s = \overline{i}_s^k e^{j\vartheta_k};\ \overline{\psi}_s^s = \overline{\psi}_s^k e^{j\vartheta_k}$$

$$\frac{d\overline{\psi}_s^s}{dt} = \frac{d\overline{\psi}_s^k}{dt} e^{j\vartheta_k} + j\omega_k \overline{\psi}_s^k e^{j\vartheta_k}$$

- Формулиране на уравнението на статорното напрежение в нова координатна система. Въвеждането на трансформираните величини в уравнение (1) дава нова координатна система, въртяща се със скорост $\omega_к$ (6, б):

(6, б)
$$\overline{u}_s^k = R_s \overline{i}_s^k + \frac{d\overline{\psi}_s^k}{dt} + j\omega_k \overline{\psi}_s^k$$

За представянето в случайно избрана или в съвсем конкретна координатна система – установена или синхронизирана с полето (също полевоориентирана), може да се използва следната методика:

- Определяне на $\overline{u}_s^f$ при $\omega_к=\omega_S$, като $\omega_S$ е честотата на статорния токов кръг, съответно ъгловата скорост на обхождащия роторен поток.

(7)
$$\overline{u}_s^f = R_s \overline{i}_s^f + \frac{d\overline{\psi}_s^f}{dt} + j\omega_s \overline{\psi}_s^f$$

Тази координатна система е така избрана, че реалната ос d да съвпада точно с оста на роторния поток. Реактивната съставка на роторния поток в тази координатна система е нула. Осите на координатната система са означени с „d" и „q".

- Определяне на $\overline{u}_s^s$. При $\omega_к$ координатната система е установена така, че реалната ос α дасъвпада с оста на намотката на клона u.

(8)
$$\overline{u}_s^s = R_s \overline{i}_s^s + \frac{d\overline{\psi}_s^s}{dt}$$

Осите на тази установена координатна система се означават с $\alpha^{//}$ и β. За случай, когато $\omega_к=\omega$ механичната ъглова скорост, съответно честотата на въртене на ротора, може да се получи роторно ориентирано уравнение на статорното напрежение. Представянето в такава роторно установена координатна система не носи полза за описването на физическото поведение на нещата (физиката на процесите) и затова тук не се взема под внимание.

- Определяне на уравнение на роторното напрежение. Употребата на формулите за трансформация се получава подобно като при уравнението на статорното напрежение:

$$\bar{i}_r^r = \bar{i}_r^k e^{j\vartheta_k}; \qquad \overline{\psi}_r^r = \overline{\psi}_r^r = \overline{\psi}_r^k e^{j\vartheta_k} \frac{d\overline{\psi}_r^r}{dt} = \frac{d\overline{\psi}_r^k}{dt} e^{j\vartheta_k} + j\omega_k \overline{\psi}_r^k e^{j\vartheta_k}$$

След въвеждане на трансформираните величини в уравнение (2) се получава:

$$\overline{0} = R_r \bar{i}_r^k + \frac{d\overline{\psi}_r^k}{dt} + j\omega_k \overline{\psi}_r^k \tag{9}$$

Уравнение (9) може да бъде представено също в полево ориентирана и установена координатна система.

При $\omega_к=\omega_S-\omega=\omega_r$ координатната система, която се върти поставена върху ротора с $\omega_к$ изпреварва ротора с честота на приплъзване $\omega_r$ и съвпада със синхронизираната с полето координатна система. След въвеждане на $\omega_к$ в уравнение (9) се получава :

$$\overline{0} = R_r \bar{i}_r^f + \frac{d\overline{\psi}_r^f}{dt} + j\omega_r \overline{\psi}_r^f \tag{10}$$

Уравнение (10) е уравнение на роторното напрежение в координати „d" и „q". При $\omega_к=-\omega$ се допуска, че роторът се върти с механична ъглова скорост ω така, че координатната система се върти със същата ъглова скорост в противоположна посока.

Затова обхождащата с ω противоположно на ротора координатна система е установена и може да бъде така подбрана, че да съвпада с гореспоменатите $\alpha^{//}$ и β координатни оси.

$$\overline{0} = R_r \bar{i}_r^s + \frac{d\overline{\psi}_r^s}{dt} - j\omega_r \overline{\psi}_r^s \tag{11}$$

Уравнение (11) представя уравнението на роторното напрежение в установена $\alpha^{//}$ и β кординатна система. До тук трансформацията на уравненията на напрежението от първоначалната система на намотките в желаните координати „d" и „q" или $\alpha^{//}$ и β е пълна.

С уравнения (7) , (8) , (10) и (11) е достигната изходна позиция за извеждане на непрекъснати модели на състоянието.

## II. МОДЕЛ НА АСИНХРОНЕН ДВИГАТЕЛ С НАКЪСОСЪЕДИНЕН РОТОР В УСТАНОВЕНА КООРДИНАТНА СИСТЕМА

Ако разгледаме непрекъснат модел на състоянието на асинхронната машина в установена координатна система, уравнения (8) и (11) могат да се обединят със системата уравнения, както следва [4]:

$$\bar{i}_s^s = i_{s\alpha} + j i_{s\beta}\,;\; \bar{i}_r^s = i_{r\alpha} + j i_{r\beta}) \tag{12, а}$$

$$\overline{u}_s^s = u_{s\alpha} + j u_{s\beta} \tag{12, б}$$

$$\overline{\psi}_s^s = \psi_{s\alpha} + j\psi_{s\beta}; \quad \overline{\psi}_r^s = \psi_{r\alpha} + j\psi_{r\beta} \tag{12, в}$$

В уравнение (12, а÷в) не всички електрически величини представляват интерес. Това са неизмеримия роторен ток или от гледна точка на съображения, също статорния поток.

Поради тези величини трябва да бъдат елиминирани от системата уравнения. От (12б, в) се получава:

(13а, б, в, г)
$$\begin{cases} \overline{u}_s^s = R_s\bar{i}_s^s + \frac{d\overline{\psi}_s^s}{dt} \\ \overline{0} = R_r\bar{i}_r^s + \frac{d\overline{\psi}_r^s}{dt} - j\omega\overline{\psi}_r^s \\ \overline{\psi}_s^s = \bar{i}_s^s L_s + \bar{i}_r^s L_m \\ \overline{\psi}_r^s = \bar{i}_s^s L_m + \bar{i}_r^s L_r \end{cases}$$

В уравненията (13, а÷г) не всички електрически величини представляват интерес. Това са неизмеримия роторен ток $\bar{i}_r^s$, или статорния поток $\overline{\psi}_s^s$.

Това налага тези величини да бъдат елиминирани от системата уравнения. От (13в, г) се получава:

$$\bar{i}_r^s = \frac{1}{L_r}(\overline{\psi}_r^s - \bar{i}_s^s L_m)$$
$$\overline{\psi}_s^s = \bar{i}_s^s L_s + \frac{L_m}{L_r}(\overline{\psi}_r^s - \bar{i}_s^s L_m)$$

$\overline{\psi}_s^s$ и $\bar{i}_r^s$ се въвеждат в уравнения 13,а,б, при което се получава:

(14а, б)
$$\begin{cases} \overline{u}_s^s = R_s\bar{i}_s^s + \sigma L_s\frac{d\bar{i}_s^s}{dt} + \frac{L_m}{L_r}\frac{d\overline{\psi}_r^s}{dt} \\ \overline{0} = -\bar{i}_s^s\frac{L_m}{T_r} + \overline{\psi}_r^s(\frac{1}{T_r} - j\omega) + \frac{d\overline{\psi}_r^s}{dt} \end{cases}$$

Където:

- $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$ – общ фактор на управлението;
- $T_r = \frac{L_r}{R_r}$; $T_s = \frac{L_s}{R_s}$ – роторна и статорна времеконстанта.

След преобразувания и използване на уравнения (13а, б) се получава следната система компонентни уравнения за всички пространствени вектори:

Определя се $\bar{i}_r^s$ от уравнение (13, г) и се замества в (4). В резултат се получават следните зависимости:

(15, а) $$\frac{di_{s\alpha}}{dt} = -(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r})i_{s\alpha} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\psi'_{r\alpha} + \frac{1-\sigma}{\sigma}\omega\psi'_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s}u_{s\alpha}$$

(15, б) $$\frac{di_{s\beta}}{dt} = -(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r})i_{s\beta} - \frac{1-\sigma}{\sigma}\omega\psi'_{r\alpha} + \frac{1}{\sigma T_r}\psi'_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s}u_{s\beta}$$

(15, в) $$\frac{d\psi'_{r\alpha}}{dt} = \frac{1}{T_r}i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r}\psi'_{r\alpha} - \omega\psi'_{r\beta}$$

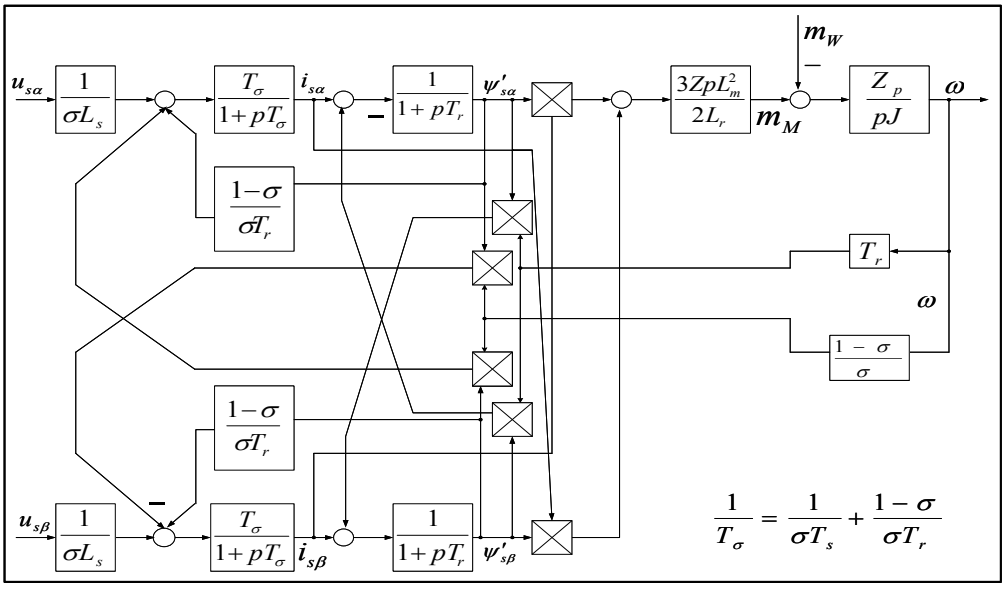
(15, г) $$\frac{d\psi'_{r\beta}}{dt} = \frac{1}{T_r}i_{s\beta} + \omega\psi'_{r\alpha} - \frac{1}{T_r}\psi'_{r\beta}$$

За получаване на комплексния модел на асинхронната машина трябва да бъдат въведени αβ компонентите в уравнението на въртящия момент.

Роторният ток от уравнение (13, г) и се замества в уравнение (4), при което се получават се уравнения (16) и (17):

(16) $$m_{M=} -\frac{3}{2} z_p \overline{\psi}_r^s \mathrm{x}\left(\overline{\psi}_r^s - \bar{i}_s^s L_m\right)\frac{1}{L_r} = \frac{3}{2} z_p \frac{L_m}{L_r}\overline{\psi}_r^s \mathrm{x}\bar{i}_s^s$$

(17) $$m_M = \frac{3}{2} Z_p \frac{L_m^2}{L_r}\left(\psi_{r\alpha}^{'} i_{s\beta} - \psi_{r\beta}^{'} i_{s\alpha}\right)$$




***Фиг. 1.*** *Модел на асинхронен двигател с накъсосъединен ротор в установена координатна система*

Уравнения (15) и (17) могат да бъдат обединени за комплексен непрекъснат модел на асинхронна машина. Фигура 1 онагледява структурата на модела.

Компонентите на статорния ток, роторния поток и статорното напрежение могат да се обобщят в следните вектори с реални компоненти.

$$\overline{x}^{sT} = \left[i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \psi_{r\alpha}^{'}, \psi_{r\beta}^{'}\right], \qquad \overline{u}_s^{st} = \left[u_{s\alpha}, u_{s\beta}\right]$$

Високопоставения индекс T означава транспортиран вектор. С новоопределяният вектор на състоянието се получава модела на състоянието на ASM с на късосъединен ротор от уравнения (15):

(18) $$\frac{d\overline{x}^s}{dt} = \overline{A}^s \overline{x}^s + \overline{B}^s \overline{u}_s^s$$

Поставен горе индекс "$s$" означава установена координатна система. Тогава записът на отделните вектори е следният:

- $\overline{A}^s$ *и* $\overline{B}^s$ са системна и входна матрица в установена координатна система;
- $\overline{X}^s$ е вектор на състоянието в установена KDS;
- $\overline{u}_s^s$ е входен вектор в установената KDS.

Така формули (19а, б) показват подробно матриците $\overline{A}^s$ и $\overline{B}^s$ с машинните параметри.

(19, а) $$\overline{A}^s = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{\sigma T_s}+\frac{1-\sigma}{\sigma T_s}\right) & 0 & \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\frac{1-\sigma}{\sigma}\omega \\ 0 & -\left(\frac{1}{\sigma T_s}+\frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)-\frac{1-\sigma}{\sigma} & \omega \quad \frac{1-\sigma}{\sigma T_r} \\ \frac{1}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} \quad -\omega \\ 0 & \frac{1}{T_r} & \omega \quad -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix}$$

(19, б) $$\overline{B}^s = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Съгласно гореизложеното моделът на асинхронен двигател с накъсосъединен ротор в установена координатна система ще има вида показан на фиг.1 [5].

**Заключение**

От фигура 1 ясно се вижда,че разработеният модел на асинхронен двигател с накъсо съединен ротор открива възможност за изследване на система за електрозадвижване на производствени механизми, създаващи различен по характер статичен съпротивителен момент. В резултат на това значително се увеличава устойчивостта на системата за електрозадвижване с възможност за изследване на динамиката при различни закони за изменение на въртящия момент на електродвигателя. Всичко това значително облекчава анализа и синтеза на преходните процеси и способства за подобряване на техните качествени показатели.

**Литература:**

1. F. Blaschke, Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung der Asynchronmaschine. Siemens Forschung- und Entwicklungsbereichte. Bd. L, Nr. 1/1972.
2. W. Leonard, Control of Electrical Drives Springer – Verlag: Berlin Heidelberg New York Tokio 1985.
3. H. Spath, Steuerverfahren fur Drehstrommaschinen – Theoretische Grundlagen.
4. R. Schonfeld. Digitale Regelungelektrischer Antriebe, Berlin: VerlagTechnik 1987; Heidelberg HuthigVerlag
5. K. Hasse, Zur Dynamik drehzahleregelten Antriebemitsrtom richter gespeisten Asynchron-Kurzschlusslaufer maschinen. Diss. A, TH Darmstadt 1969.
6. P. Georgiev, S. Neykov, P. Rahnev, S. Letskovska, K. Seymenliyski, M. Uscheva, Current State Regulator of Asynchronous Motor Commanded by Field Orientation, XXXIX ICEST, 16–19 june, 2004, Bitola, Makedonia