

SAR МОДЕЛ НА ПРОЦЕСА НА ИЗОБРАЗЯВАНЕ

Андон Димитров Лазаров, Димитър Минчев

SAR IMAGING MODEL

Prof. Andon.Lazarov, Assist. Prof. Dimitar Minchev, Burgas Free University

***Abstract:** This work addresses the model of SAR imaging process. SAR Geometry with thoroughly mathematical description of the observed surface is suggested. SAR emitted signal with linear frequency modulation is used to produce reflected by surface SAR signal model presented as four-dimensional array (matrix) and generated by Hadamard product with special defined rectangular function. Two-dimensional Fourier transform is applied to obtain single look complex image, which can be used to generate interferograms. To verify proposed geometrical and signal models a realization of the processing chain, implemented in MATLAB environment is illustrated.*

***Key words:** SAR, SAR Geometry, SAR LFM signal model.*

1. Въведение

Радиолокационните системи със синтезирана апертура (Synthetic Aperture Radar-SAR), базирани на космически носители са микровълнови инструменти за наблюдение на земната повърхност [1-7]. Те са изградени на принципа на сондиране на земната повърхност и обекти върху нея с високо-информативни електромагнитни импулси и регистриране на обратното електромагнитно излъчване от тях. Получените изображения са двукоординатни: разстояние или време на закъснение и азимут или напречно разстояние. Висока резолюция или детайлност (разделителна способност) по първата координата се реализира чрез използване на широкоспектърни сондиращи сигнали, а по втората чрез кохерентно сумиране на отразените сигнали в процеса на наблюдение. Особено приложение на SAR системите е областта на SAR интерферометрията за извличане на тримерни образи на наблюдаваните обекти, в която се използва амплитудната и фазова информация на комплексните изображения на наблюдаваните със SAR системи области от земната повърхност [8-11]. Един методите за изследване на комплексните SAR изображения и тяхното приложение в SAR интерферометрията е математическото моделиране на релефа на земната повърхност. Съществуват различни интерпретации на този проблем. Симулационен модел на релефа на земната повърхност на базата на фракталното Брауново движение се разглежда в [12]. За моделиране на интензивността на обратното излъчване на елементите върху земната повърхност в [13] се прилага косинусова функция. Цел на настоящата статия е да се предложи универсален геометричен модел на релеф на земната повърхност, математически модел на отразените от този релеф сигнали и алгоритми за тяхната обработка.

2. SAR геометрично описание

Разглежда се геометрически-кинематичен сценарий, дефиниран в координатна система $Oxyz$. Системата SAR е разположена на борда на космически носител със зададени траекторни параметри. Векторното уравнение на движението на космическия носител има вида

$$(1) \quad \mathbf{R}(p) = \mathbf{R}_0 + \mathbf{V}T_p \left(\frac{N}{2} - p \right),$$

където $\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}(0)$ е векторът-разстояние от началото на координатната система до сателита в момент $t = 0$; \mathbf{V} - векторът-скорост на сателита; T_p е периодът на повторение на сондиращите импулси; p е индексът на сондиращия импулс; N – пълният брой на сондиращите импулси

Векторното уравнение (1) се проектира в координатна система $Oxyz$, при което се получава

$$(2) \quad \begin{aligned} x(p) &= x_0 - V_x T_p \left(\frac{N}{2} - p \right) \\ y(p) &= y_0 - V_y T_p \left(\frac{N}{2} - p \right) \\ z(p) &= z_0 - V_z T_p \left(\frac{N}{2} - p \right) \end{aligned}$$

където $x(p)$, $y(p)$ и $z(p)$ са координати на сателита в момента p ; $x_0 = x(0)$, $y_0 = y(0)$ и $z_0 = z(0)$ са координати на сателита в момента $p = 0$; $V_x = V \cos \alpha$, $V_y = V \cos \beta$, $V_z = V \cos \delta$ - проекциите на вектора-скорост върху координатните системи; $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ - направляващи косинуси на вектора-скорост.

Наблюдаваната повърхност, изобразена в координатната система $Oxyz$ аналитически се представя, като функция на координатата z от координатите x и y на повърхнината, която в дискретна форма се записва със следното уравнение

$$(3) \quad \begin{aligned} z_{mn} = z_{mn}(x_{mn}, y_{mn}) &= 3(1 - x_{mn})^2 \exp \left[-(x_{mn})^2 - (y_{mn} + 1)^2 \right] \\ &- 10 \left(\frac{x_{mn}}{5} - x_{mn}^3 - y_{mn}^5 \right) \exp \left[x_{mn}^2 - y_{mn}^2 \right] \\ &- \frac{1}{3} \exp \left[-(x_{mn} + 1)^2 - y_{mn}^2 \right] \end{aligned}$$

където $x_{mn} = m\Delta M$, $y_{mn} = n\Delta N$ са дискретните координати в равнината Oxy ; ΔM и ΔN - размерите на разделителния елемент в равнина Oxy ; m и n - относителните дискретни координати (индекси на разделителния елемент) по осите Ox и Oy .

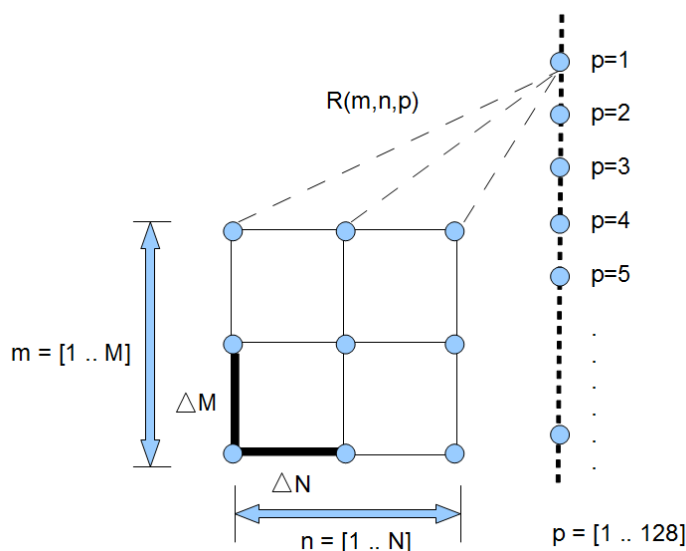
Допуска се, че във всеки разделителен елемент с размер $(\Delta M, \Delta N)$ и координати (x_{mn}, y_{mn}) е разположен един доминиращ точков излъчвател. В процеса на наблюдение вектор-разстоянието $\mathbf{R}_{mn}(p)$ от SAR, разположена на сателита, до доминиращ точков излъчвател с геометричен вектор \mathbf{R}_{mn} , динамично се променя в съответствие с следното вектор-уравнение

$$(4) \quad \mathbf{R}_{mn}(p) = \mathbf{R}(p) - \mathbf{R}_{mn}$$

Информацията за геометрията на наблюдаваната повърхност, която се съдържа в комплексната амплитуда на отразените от нея радиолокационни сигнали, се дефинира с модула на вектора-разстояние $R_{mn}(p)$, който се представя с израза

$$(5) \quad R_{mn}(p) = \sqrt{[x(p) - x_{mn}]^2 + [y(p) - y_{mn}]^2 + [z(p) - z_{mn}]^2}.$$

При моделирането на процеса на наблюдение (синтеза на апертурата) за всяко p , m и n се изчислява величината $R_{mn}(p)$. За улеснение програмната реализация на моделирането, данните от изчислението на разстоянията $R_{mn}(p)$ се представят в тримерен матрица (масив) с размерност $[p, m, n]$ (Фиг. 2).



Фиг.1. Тримерна матрица на данните за разстоянията до доминиращите точкови излъчватели от наблюдаваната повърхност.

3. Моделиране на SAR сигналите отразени от наблюдаваната повърхност

SAR предава поредици от електромагнитни вълни към целта, които са описани аналитично от поредицата на N линейно честотна модулация (LFM) импулси както следва

$$(6) \quad S(t) = \sum_{p=1}^M A \exp \left\{ -j \left[\omega(t - pT_p) + b(t - pT_p)^2 \right] \right\}$$

където A е амплитудата на предадения импулс, T_p е периода на импулса, $\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda}$ е ъгловата честота, $p = \overline{1, N}$ е текущия брой излъчени LFM импулси, N е общият брой

излъчени импулси по време на апертурния синтез, $c = 3.10^8$ m/s е скоростта на светлината ΔF е дължината на лентата на предадения импулс който осигурява размера на разделителния елемент, т.е. $\Delta R = c/2\Delta F$, $b = \frac{\pi\Delta F}{T_k}$ е индекс на LFM, T_k е продължителността на LFM импулса.

Детерминираната компонента на SAR сигнала, отразен от mn -тия пиксел е финитна функция и може да се определи от израза

$$(7) \quad S_{mn}(t) = a_{mn}(z_{mn}) \cdot \text{rect} \frac{t-t_{mn}}{T_k} \cdot \exp \left\{ -j \left[\omega(t-t_{mn}) + b(t-t_{mn})^2 \right] \right\}$$

където

$$(8) \quad \text{rect} \frac{t-t_{mn}(p)}{T_k} = \begin{cases} 0, & \frac{t-t_{mn}(p)}{T_k} \leq 0 \\ 1, & \frac{t-t_{mn}(p)}{T_k} \leq 1 \\ 0, & \frac{t-t_{mn}(p)}{T_k} > 1 \end{cases},$$

където $a_{mn}(z_{mn})$ е коефициентът на отразяване на пиксел от наблюдаваната повърхност, функция на геометрията на повърхността; $t_{mn}(p) = \frac{2R_{mn}(p)}{c}$ е времето на закъснение на mn -ия доминиращ точков излъчвател.

Детерминираната компонента на отразения SAR сигнал $S(t)$ може да бъде пресметнат като сума от елементарни сигнали отразени от доминиращите точкови излъчватели от повърхността, т.е $S(t)$ може да бъде записан във вида

$$(9) \quad S(t) = \sum_n \sum_m a_{mn}(z_{mn}) \cdot \text{rect} \frac{t-t_{mn}(p)}{T_k} \cdot \exp \left\{ -j \left[\omega(t-t_{mn}(p)) + b(t-t_{mn}(p))^2 \right] \right\}$$

Времето продължителност t на отразения SAR сигнал по разстояние за всеки предаден импулс p може да бъде изразена в дискретна форма като $t = t_{mn \min}(p) + (k-1)\Delta T$, където $k = 1, K_{\max}(p)$ е индексът на времевия дискрет, $\Delta T = 1/2\Delta F$ е продължителността на, ΔF е ширината на честотната лента $K_{\max}(p)$ е номерт на последната клетка по разстояние, където SAR сигналът е регистриран при всеки излъчен импулс, $t_{mn \min}(p) = \frac{2R_{mn \min}(p)}{c}$ - времето на закъснение от най-близката точка, $R_{mn \min}(p)$ - разстоянието на най-близкия точков излъчвател от повърхността при p -ти излъчен импулс.

Следователно, отразеният SAR сигнал от наблюдаваната повърхност в дискретна форма може да бъде записан във вида

$$(10) \quad \dot{S}(p, k) = \sum_n \sum_m a_{mn} \cdot \text{rect} \frac{t_{mn \min}(p) + (k-1)\Delta T - t_{mn}(p)}{T_k} \times \\ \times \exp \left\{ -j \left[\omega(t_{mn \min}(p) + (k-1)\Delta T - t_{mn}(p)) + \right. \right. \\ \left. \left. + b(t_{mn \min}(p) + (k-1)\Delta T - t_{mn}(p))^2 \right] \right\}.$$

Изразите (1-10) могат да бъдат използвани за моделиране на отразени SAR сигнали от повърхност със сложен релеф.

4. Алгоритъм за възстановяване на образа на повърхността

Разглежда се случай на синтез на апертурата при странично, ортогонално на посоката на полета на космическия носител, наблюдение. Тогава в момента $p = N/2$ сателитът ще бъде в равнината Oxz на минимално разстояние от началото на координатната система $Oxyz$. Изменението на фазата на отразените сигнали за периода на наблюдение, измерен с N сондиращи импулса и период на повторение на сондиращите импулси не надвишава стойността $\pi/2$, което не изисква прилагането на допълнително фокусираща процедура за получаване на качествено изображение. Това дава основание след операция демодулация на отразения SAR сигнал комплексният образ на наблюдаваната повърхност да се получи посредством две последователни преобразувания на Фурие

$$(11) \quad \dot{S}(\bar{k}, \bar{p}) = \sum_{p=1}^N \left[\sum_{k=1}^K \tilde{S}(k, p) \exp \left(-j \frac{2\pi k \bar{k}}{K+L} \right) \right] \exp \left(-j \frac{2\pi p \bar{p}}{N} \right)$$

които се реализират с процедурата бързо преобразуване на Фурие, т.е.

$$(12) \quad \dot{S}(\bar{k}, \bar{p}) = \text{FFT}_p [\text{FFT}_k (\tilde{S}(k, p))]$$

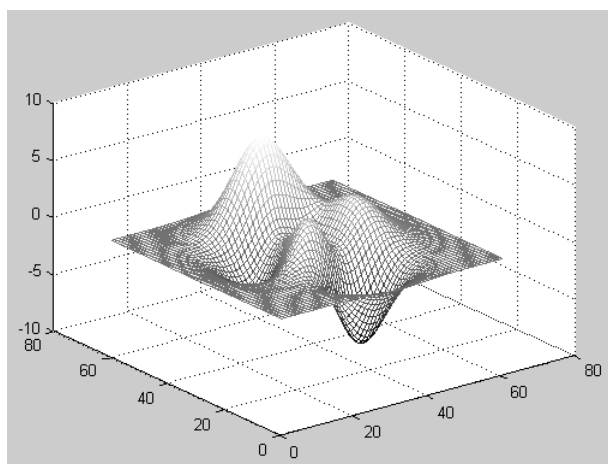
където $\tilde{S}(k, p) = S(k, p) \exp \left\{ j \left[\omega(k-1)\Delta T + b((k-1)\Delta T)^2 \right] \right\}$ е демодулираният SAR сигнал; $\dot{S}(\bar{k}, \bar{p})$ - търсеният комплексен образ, съдържащ: амплитудна и фазова информация.

5. Числен експеримент

Зададен е тримерен релеф с повърхнината $z_{mn}(x_{mn}, y_{mn})$, дефинирана с аналитичния израз (3). Тя е представена като квадратна матрица с размерност $M = 64$ реда, $N = 64$ стълба. Стойностите на елементите на матрицата са височините на разделителните елементи (пикселите) в тримерната координатна равнина $Oxyz$ на SAR сценария. Размерът на разделителния елемент по оста Ox е $\Delta M = 10$ m. Размерът на разделителния елемент по оста Oy е $\Delta N = 10$ m е разделителния елемент по оста Oy , z_{mn} е функция от x_{mn} и y_{mn} . Релефът на повърхнината, описана с уравнение (3), е представена на Фиг. 2.

Повърхнината се наблюдава със SAR, разположена на космически носител с траекторни параметри: координати на сателита в момента $p = N/2$, координати на вектор скорост: $V_x = 0$, $V_y = 300$ m/s, $V_z = 0$, начални координати на носителя $x_0 = -10^3$ m, $y_0 =$

0 m, $z_0 = 3 \cdot 10^5$ m. Параметри на сондиращите импулси: индексът на сондиращия импулс $p \in \{1, N_p\}$, броят на сондиращите импулси при синтеза на апертурата $N_p = 128$, периодът на повторение на импулса: $T_p = 10^{-2}$ s, продължителността на линейно-честотно модулирания импулс $T_k = 10^{-6}$ s, продължителността на дискрета на LFM импулс $\Delta T = T_k / N_p$; $k = \{1, 2, \dots, 128\}$ индексът и броят на дискретите на LFM импулс, носещата честота на излъчения LFM импулс $f = 10^{10}$ Hz, честотната лента на LFM импулс $\Delta F = 1.5 \cdot 10^8$ Hz.



Фиг.2. Геометричен модел на повърхнина, наблюдавана от SAR.

Алгоритъм на моделиране на SAR сигнал

Изчислява се разстоянието от SAR до всеки доминиращ точков излъчвател от наблюдаваната повърхност за всеки дискретен момент p по израза (5).

Изчислява се времевият параметър на закъснение на сигнала за всеки доминиращ излъчвател $T_{mn}(p)$ с израза:

$$(13) \quad t_{mn}(p) = \frac{2R_{mn}(p)}{c}$$

където $c = 3 \cdot 10^8$ m/s е скоростта на светлината, коефициентът 2 отчита разпространението на електромагнитната вълна от системата SAR до доминиращ точков излъчвател.

Резултатите от изчислението се поместват в тримерна матрица с дименсии $[p, m, n]$.

Съставя се едномерен масив от всички $t_{mn}(p)$ стойности, аранжирани във възходящ ред. Определя се минималната $t_{mn}(p)$ стойност - $t_{mn \min}(p)$.

Изчислява се времевият параметър $E_{mn}(k, p)$ на отразения сигнал:

$$(14) \quad E_{mn}(k, p) = t_{mn \min}(p) + (k-1)\Delta T - t_{mn}(p)$$

Изчислява се всеки LFM сигнал, отразен от m, n – тия доминиращ точков излъчвател за всеки дискрет $k \in \{1, 2, \dots, 128\}$ и излъчен импулс $p \in \{1, 2, \dots, 128\}$.

$$(15) \quad S_{mn}(k, p) = a_{mn} \cdot \exp \left\{ j \left[\omega E_{mn}(k, p) + b(E_{mn}(k, p))^2 \right] \right\}$$

Резултатите от изчислението се записват в четиримерна матрица (масив) $S_{mn}(k, p)$.

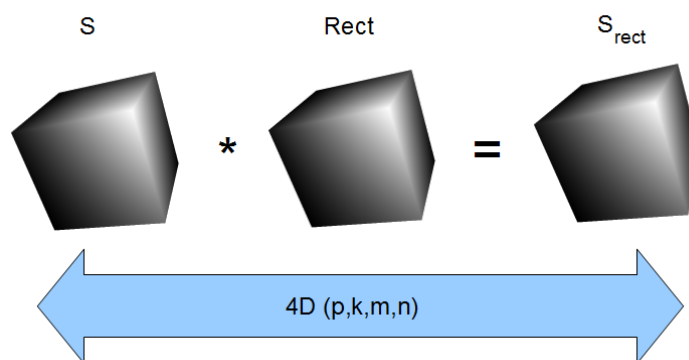
Поради ограничеността на отразения сигнал от всеки доминиращ излъчвател не всяка стойност от него ще участват в формирането на отразения сигнала. Селекцията на стойностите, участващи в сумарния сигнал се извършва чрез поелементно матрично умножение (матрично умножение на Адамар) на $S_{mn}(k, p)$ със следната правоъгълна функция

$$(16) \quad \text{rect} \left(\frac{E}{T_k} \right) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \frac{E}{T_k} < 1 \\ 0, & \frac{E}{T_k} < 0, \frac{E}{T_k} \geq 1 \end{cases}$$

т.е.

$$(17) \quad S_{mn, \text{rect}}(k, p) = \text{rect} \left(\frac{E}{T_k} \right) S_{mn}(k, p)$$

Правоъгълната функция $\text{rect} \left(\frac{E}{T_k} \right)$ е четиримерна бинарна матрица, която съдържа стойност единица или нула, на позиция $[k, p, m, n]$ в зависимост от условие (16).



Фиг.3. Поелементното умножение на четиримерни матрици.

Поелементното умножение на матрицата на сигнала $S_{mn}(k, p)$ с матрицата, получена от правоъгълната функция $\text{rect} \left(\frac{E}{T_k} \right)$, ще даде в резултат матрица $S_{mn, \text{rect}}(k, p)$,

която съдържа само желаните стойности на SAR сигнала, отразен от mn -тия доминиращ точков излъчвател (Фиг. 3).

Тогава при сумиране на отразените сигнали по дименсиите m и n , ще се получат стойностите на интерферентния сигнал $S(k, p)$, записани като елементи на двумерна матрица с адреси $[p, k]$, т.е.

$$(18) \quad S(k, p) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N S_{mn, \text{rect}}(k, p)$$

Алгоритъм за възстановяване на комплексното изображение от SAR сигнал

Демодулация на SAR сигнала чрез умножение на двумерната матрица $S(k, p)$ с комплексно-спрегнатия излъчен сигнал, т.е.

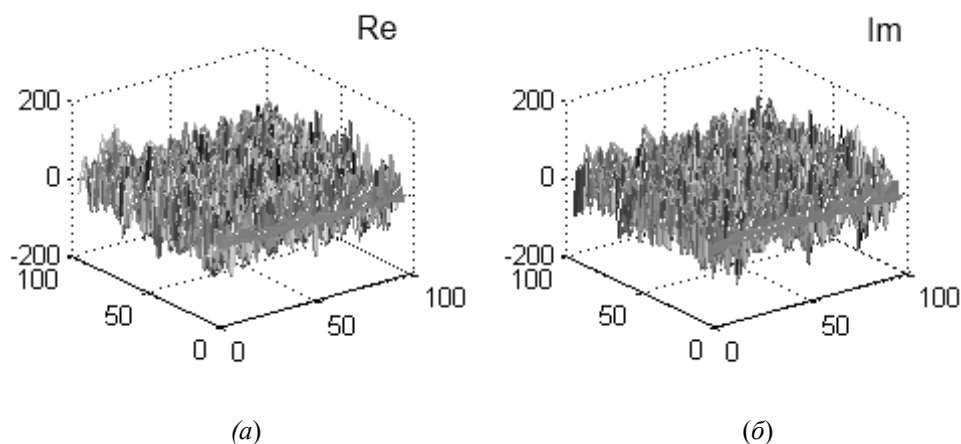
$$(19) \quad \tilde{S}(k, p) = S(k, p) \cdot \exp\left\{j\left[\omega(k-1)\Delta T + b((k-1)\Delta T)^2\right]\right\}.$$

Възстановяване на комплексното изображение чрез двукратна изчислителна процедура на бързо преобразование на Фурие, т.е.

$$(20) \quad \hat{S}(\bar{k}, \bar{p}) = \text{FFT}_p[\text{FFT}_k(\tilde{S}(k, p))].$$

Двумерната матрица $\hat{S}(\bar{k}, \bar{p})$ е търсеният комплексен образ на наблюдаваната повърхност, съдържащ: амплитудна и фазова информация за всеки пиксел от изображението.

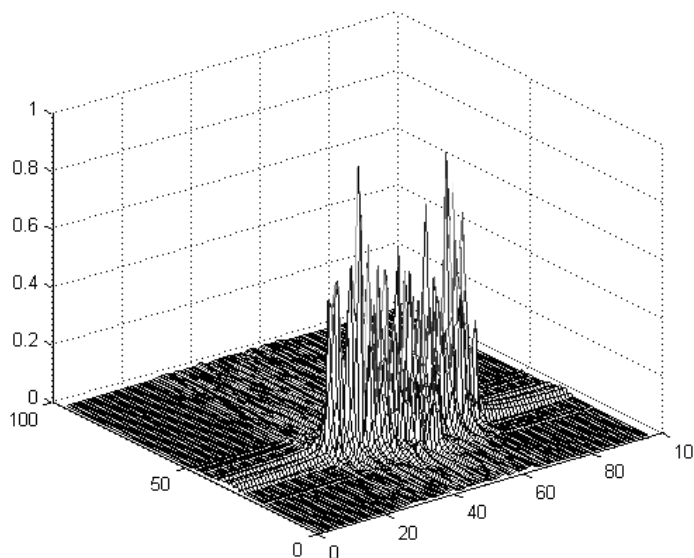
На Фиг. 4 е представена визуализация на получения комплексен SAR сигнал с неговата реална компонента (а) и мнима компонента (б).



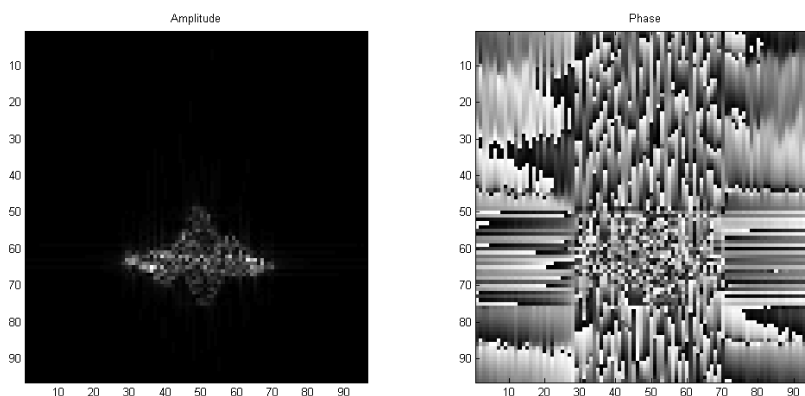
Фиг.4. Визуализация на получения комплексен сигнал: реална компонента на SAR сигнал (а) и мнима компонента на SAR сигнала (б).

На Фиг. 5 е представена реконструкцията на наблюдаваната повърхнина чрез тримерна изометрична проекция. На Фиг. 6 е представен комплексният образ на наблюдаваната повърхнина чрез картината на амплитудното разпределение на

интензивностите на доминиращите излъчватели (а) и картината на фазите (б), пропорционални на разстоянието от всеки доминиращ точков излъчвател до SAR сателита в момента на реконструкция на изображението ($p = N/2$).



Фиг.5. Реконструкция на повърхнината: тримерна изометрична проекция на наблюдаваната повърхнина – амплитудна картина.



Фиг.6. Комплексно изображение на наблюдаваната повърхнина: амплитудна (а) и фазова (б) картина на комплексния образ.

Амплитудната картина на изображението се отличава с висока детайлност, което потвърждава математическата точност на моделирането на геометричната повърхност и отразените от нея SAR сигнали.

Заклучение

В настоящата статия е разработен матричен модел за получаване на комплексни SAR сигнали. Представена е с аналитичен израз сложна повърхнина, която се използва за формирането на комплексните SAR сигнали. Те се представят като четиримерна матрица (масив) от данни. За да се опише процесът на формирането на SAR сигналите се използва единична правоъгълна селектираща функция, която генерира четиримерна бинарна матрица. За възстановяване на образите се прилага Фурие трансформация по координатите: разстояния и напречно разстояние (азимут). Предложеният модел може да бъде използван за генериране на SLC (Single look Complex) изображения на сложни повърхнини.

Литература

1. R. Bamler "A Comparison of Range-Doppler and Wavenumber Domain SAR Focusing Algorithms", IEEE Trans. on GRS, 1992, 30(4): 706-713.
2. R. K. Raney, "Precision SAR Processing Using Chirp Scaling", IEEE Trans. on GRS, 1994, 32(4): 786-799.
3. R. K. Raney, "An exact wide field digital imaging algorithm", International Journal of Remote Sensing, 1992, 13(5): 991-998.
4. A. Moreira, "Airborne SAR Processing of Highly Squinted Data Using a Chirp Scaling Algorithm with Motion Compensation", IEEE Trans. on GRS, 1994, 32(5): 1029-1040.
5. Bryant, M., L. Bryant, L. Gostin, M. Soumekh. 3-D E-CSAR Imaging of a T-72 Tank and Synthesis of its SAR Reconstructions. IEEE Trans. on AES, vol. 39, No. 1 January, 2003.
6. Jeong, H., J. H. Park, J. B. Kwon, Y. Oh, VLSI Architecture for SAR Data, Compression, IEEE Trans. on AES vol: 38, No. 2 April, 2002
7. Neo, Y. L., Fr. Wong, and Ian G Cumming. A two-dimensional spectrum for bistatic SAR processing using series reversion. *Geoscience and Remote Sensing Letters*, 4(1):93-97, January 2007.
8. Nicolas, J-M, G. Vasile, M. Gay, Fl. Tupin, and Em. Trouvé. SAR processing in the temporal domain: application to direct interferogram generation and mountain glacier monitoring *Can. J. Remote Sensing*, Vol. 33, No. 1, pp. 52-59, 2007.
9. Van Leijen, F. R. Hanssen. Interferometric radar meteorology: resolving the acquisition ambiguity. In *CEOS SAR Workshop, Ulm Germany, 27-28 May 2004*, page 6, 2004.
10. Colesanti, C., Al. Ferretti, F. Novali, Cl. Prati, and F. Rocca. SAR monitoring of progressive and seasonal ground deformation using the Permanent Scatterers Technique. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 41(7): 1685-1701, July 2003.
11. Pi, Y., H. Long, Sh. Huang. A SAR parallel processing algorithm and its implementation, Pecora 15/Land Satellite Information IV/ISPRS Commission I/FIEOS 2002 Conference Proceedings.
12. Julea, A., G. Vasile, Iv. Petilot, Em. Trouve, M. Gay, J-M. Nicolas, Ph. Bolon, Simulation of SAR Images and Radar Coding of Georeferenced Information for Temperate Glacier Monitoring, Laboratoire d'Informatique, Systèmes, Traitement de l'Information et de la Connaissance, Université de Savoie - ESIA - BP 806 - F-74016 Annecy Cedex – FRANCE.
13. K. Ren, G. Wu, X.Q. Shi, and V. Prinnet. Simulation of interferograms for spaceborn SAR system, Dept. of Electronic Engineering, Nanjing University of Sciences and Technology, Nanjing, National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, CAS.