

**ПРИЛОЖЕНИЕ НА СИСТЕМАТА
ЗА КОМПЮТЪРНА АЛГЕБРА MUPAD
В ОБУЧЕНИЕТО ПО ВИСША МАТЕМАТИКА**

Пенка В. Георгиева
Бургаски свободен университет

APPLYING MUPAD IN UNIVERSITY MATHEMATICS COURSES

Penka V. Georgieva
Burgas Free University

***Abstract:** In modern university practice, lecturers tend to use new technology. Mathematics lecturers are no exception. Although the opportunities are numerous, this article examines the possibilities for including the system for computer algebra MuPAD in Mathematics courses at the Center of Computer Sciences and Engineering at Burgas Free University.*

***Keywords:** MuPAD, university mathematics, multidimensional functions*

Увод

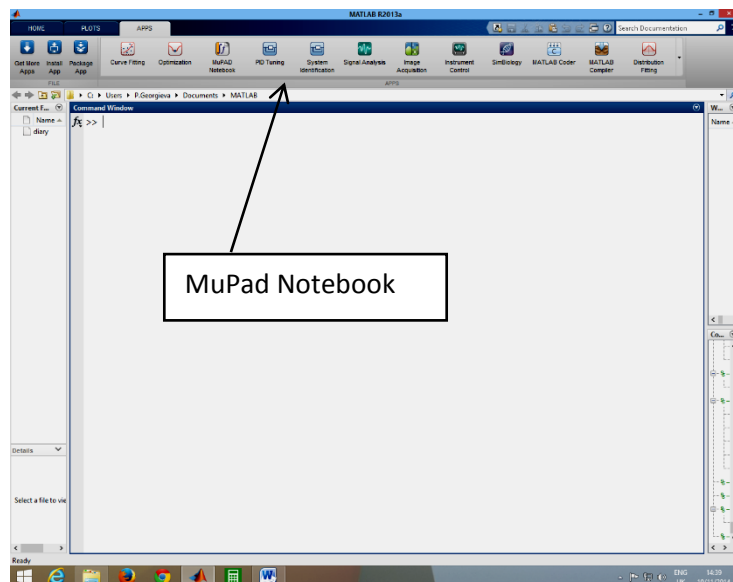
В съвременния дигитален свят все по-голям брой преподаватели включват различни софтуерни продукти и системи в процеса на обучение. В курсовете по Висша математика на Бургаския свободен университет са използвани няколко компютърни инструмента: Mathematica, Maple и MATLAB, като в настоящия момент се използва само MATLAB като инженерно насочен, но в същото време полезен и за студентите, занимаващи се с информатика.

MATLAB е създаден като библиотека за линейна алгебра, базирана на Fortran. MatLab е програмна среда за извършване на различни пресмятания (числови и символни) и визуализация на получените резултати. [3]

MATLAB се състои от ядро с вградени функции, което динамично се допълва с пакети приложения:

- MuPAD [1] (фиг. 1);
- Simulink;
- Optimization;
- Statistics;
- Fuzzy Logic;
- Partial Differential Equations;
- други.v[7]

MuPAD е система за компютърна алгебра система (CAS). Първоначално системата е разработена от изследователската група MuPAD в университета в Падерборн, Германия, след което е доразвита от компанията SciFace Software GmbH & Co. До 2005 г., версията „MuPAD Light” е безплатна за научни изследвания и образование, но след закриването на института на изследователската група MuPAD, само версията „MuPAD Pro” остава достъпна и платена. [2]



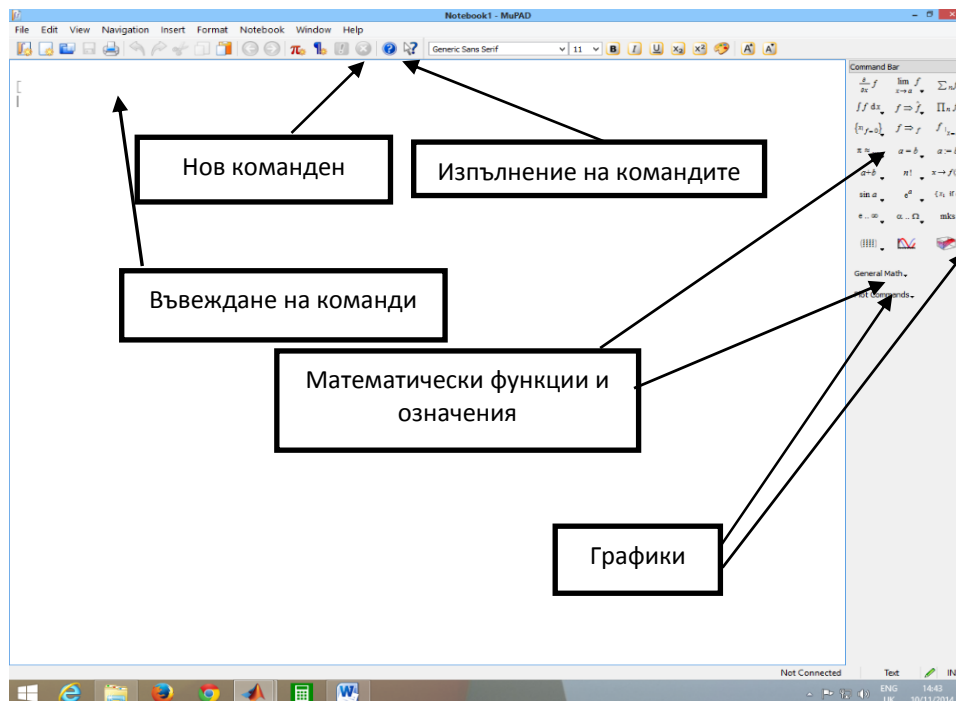
Фигура 1. MuPAD в програмната среда MatLab

Ядрото на MuPAD обединява Scientific Notebook и Scientific Workspace. През 2008 година SciFace е закупен от MathWorks и кода MuPAD е включен в Symbolic Math Toolbox като добавка на MATLAB. На 28 септември 2008 MuPAD е изтеглен от пазара самостоятелен софтуерен продукт. [6]

Функционалностите, които системата за компютърна алгебра MuPAD предлага са:

- символични математически пресмятания;
- програмен пакет от числени методи;
- програмни пакети за линейна алгебра, диференциални уравнения, теория на числата, статистика и функционално програмиране;
- интерактивна графична система, която поддържа включително и възможност за анимация;
- език за програмиране, който поддържа обектно-ориентирано програмиране и функционално програмиране. [4], [8]

Най-често използваните команди са достъпни чрез менюта, като записването е в MuPAD бележник, подобен на текстов редактор, в който се формулират математическите задачи и модели, има възможност за изпълнение на командите, както и възможности за графична визуализация и коментари. (фиг. 2)



Фигура 2. Основни менюта в MuPAD

В Центъра по информатика и технически науки на Бургаски свободен университет MuPAD се използва основно за подготовка на студенти за олимпиадите по компютърна математика и при моделиране и оптимизиране на процеси.

Безспорните предимства на MuPAD при символни пресмятания и визуализация на резултатите са основа за използването му и в процеса на обучение по Висша математика. Тук ще бъдат показани някои възможности за курса по Висша математика 3. [5]

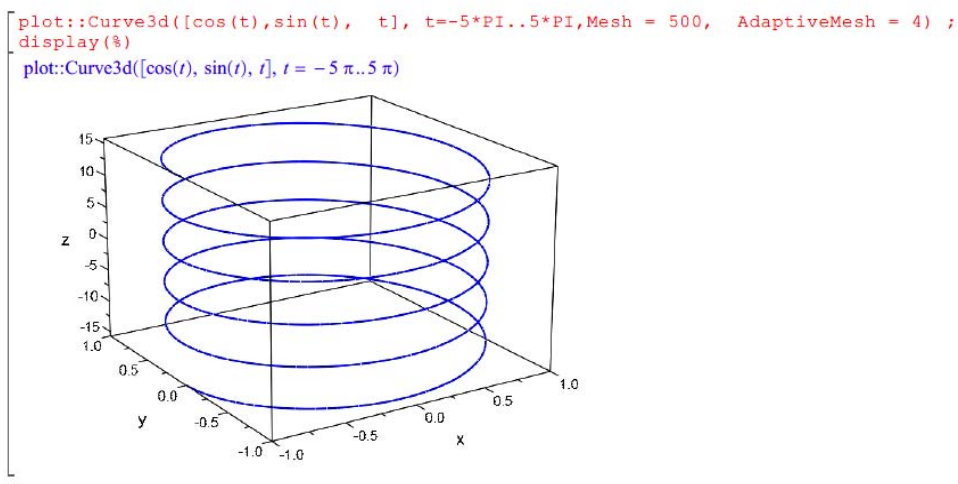
MuPAD в темата *Векторни функции*

Примерите 1 и 2 демонстрират визуализирането на тримерна линия.

Да се изобрази графиката на векторната функция.

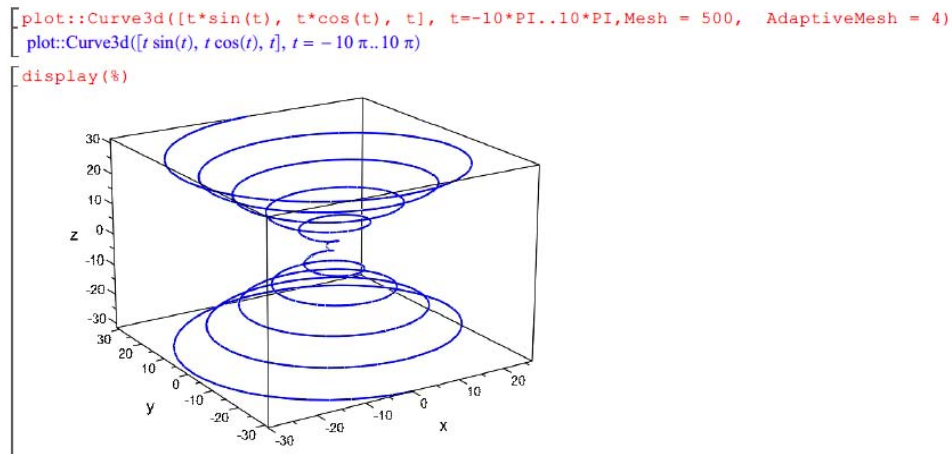
$$1. \quad \vec{r}(t) = \cos t \cdot \vec{i} + \sin t \cdot \vec{j} + t \cdot \vec{k}.$$

Графиката на тази векторна функция се нарича винтова линия (Helix). (фиг. 3)



Фигура 3. Визуализация на винтова линия

2. $\vec{r}(t) = (t \cdot \sin t; t \cdot \cos t; t)$. (фиг. 4)



Фигура 4. Визуализация на двойна спирала

Дори и само от тези два примера се вижда, че опциите на MuPAD дават възможност за лесно и ефективно построяване на тримерни графики.

MuPAD в темата *Функции на две и повече променливи*

MuPAD (както и MatLab) дават възможност за символно диференциране и интегриране. Пресмятане на частни производни е демонстрирано със следващия пример.

Да се пресметнат всички първи частни производни на функцията

$$f = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

```
f:=sqrt(x^2+y^2+z^2);
f_x=diff(f,x);
f_y=diff(f,y);
f_z=diff(f,z);
```

$$f_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$f_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

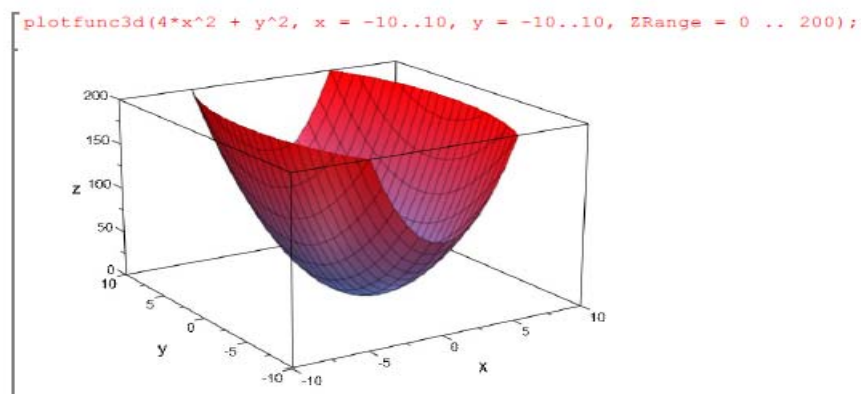
$$f_z = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Основно предимство на MuPAD пред MatLAB е възможността за записване на резултатите по подходящ и разбираем за студентите начин.

Примерите 3, 4 и 5 показват визуализация на повърхнини.

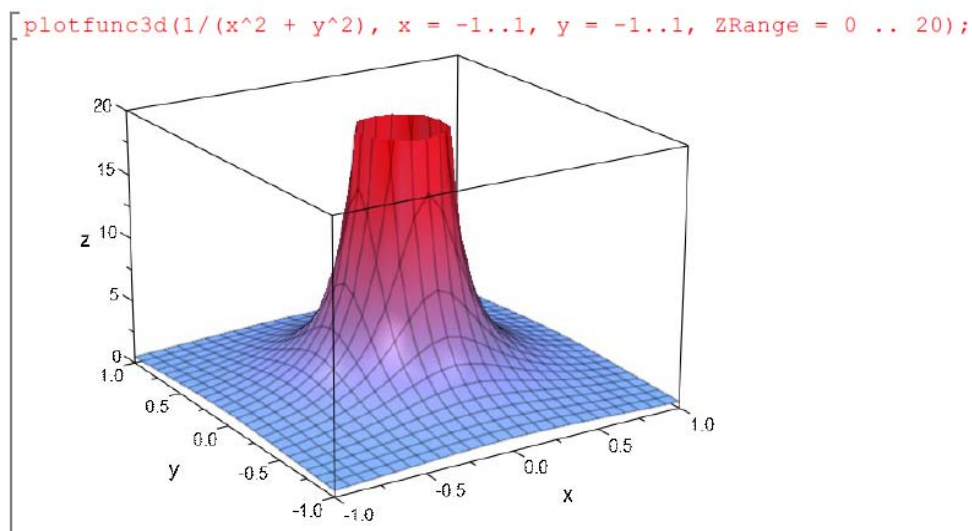
3. Да се изобрази графиката на функцията $z = 4x^2 + y^2$.

Графиката на функцията е *елиптичен параболоид*.



Фигура 5. Графиката на $z = 4x^2 + y^2$.

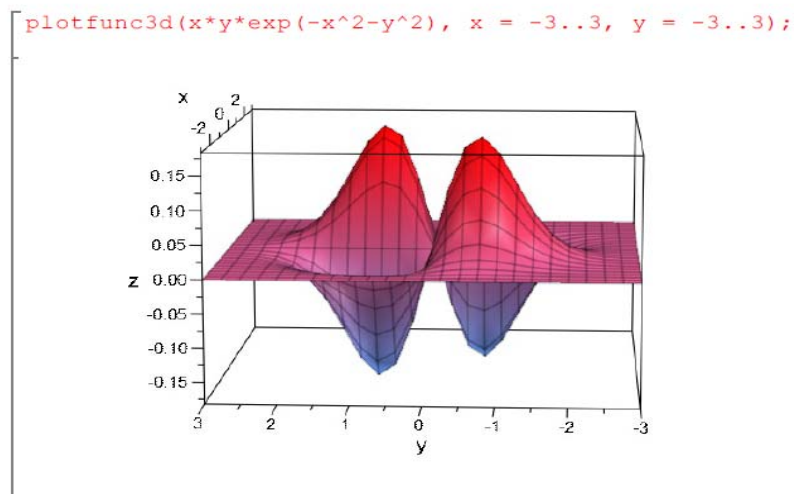
4. Да се изобрази графиката на функцията $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$.



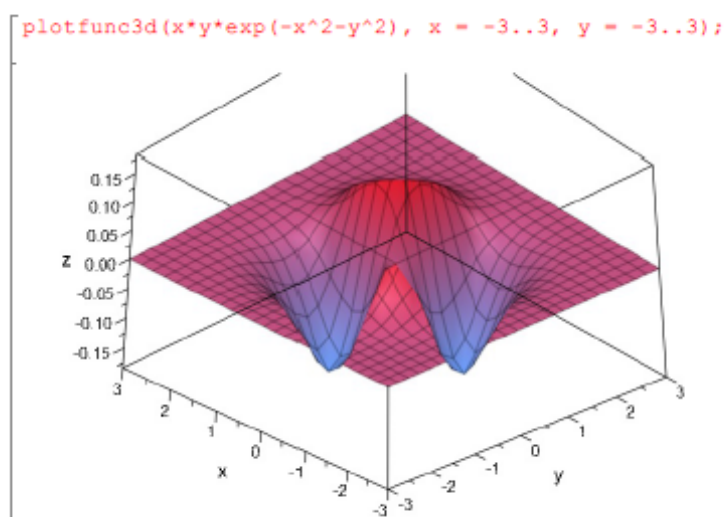
Фигура 5. Графиката на $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$.

5. Да се изобрази графиката на функцията $z = x.y.e^{-x^2-y^2}$.

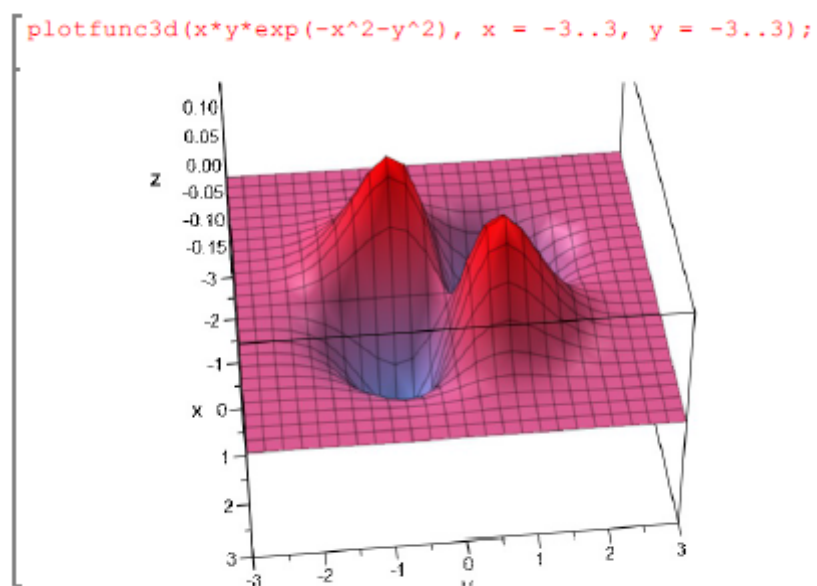
В MuPAD има възможност за различни изгледи на 3D графиките, както и за анимираното им разглеждане. На фигури 6а,б,в са показани три различни изгледа на графиката на дадената функция.



Фигура 6а. Графиката на функцията $z = x.y.e^{-x^2-y^2}$ (първи вариант)



Фигура 6б. Графика на функцията $z = x \cdot y \cdot e^{-x^2 - y^2}$ (втори вариант)



Фигура 6в. Графика на функцията $z = x \cdot y \cdot e^{-x^2 - y^2}$ (трети вариант)

MuPAD в темата Обикновени диференциални уравнения

Решаването на обикновени диференциални уравнения в MuPAD, независимо от техния вид, става с една команда – solve(ode(#)).

Например, при решаване на хомогенното обикновеното диференциално уравнение $y'' + 5y' + 6y = 0$ се получава фамилията от интегрални криви, зависещи от две константи.

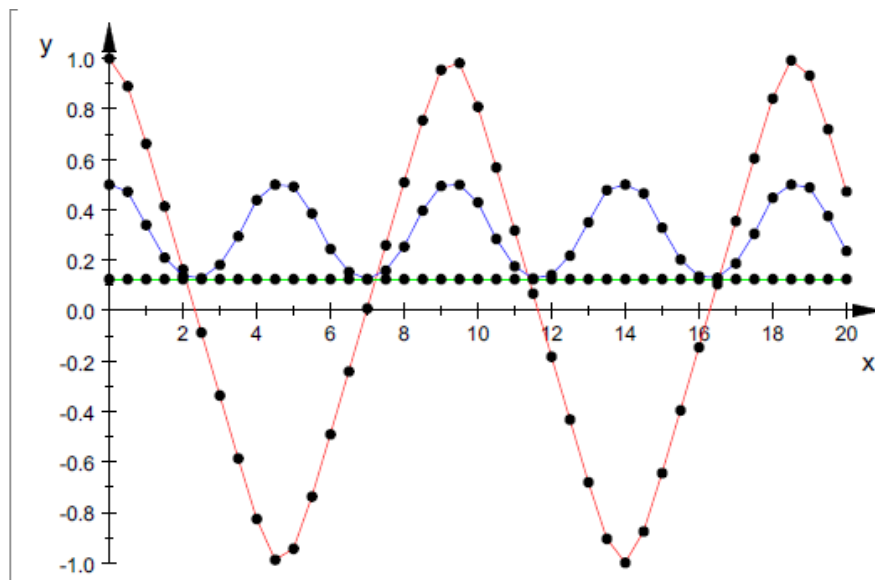
```
diff_equation:=y''(t)+5*y'(t)+6*y(t)=0;
solve(ode(diff_equation, y(t)))
y''(t) + 5 y'(t) + 6 y(t) = 0
{C2 e-2t + C3 e-3t}
```

При решаване на нехомогенното обикновеното диференциално уравнение $y'' + 5y' + 6y = t$ се получава общото решение като сума на фамилията интегрални криви, решение на съответното хомогенно уравнение) и частното решение на нехомогенното уравнение.

```
diff_equation:=y''(t)+5*y'(t)+6*y(t)=t;
solve(ode(diff_equation, y(t)))
y''(t) + 5 y'(t) + 6 y(t) = t
{t/6 + C5 e-2t + C6 e-3t - 5/36}
```

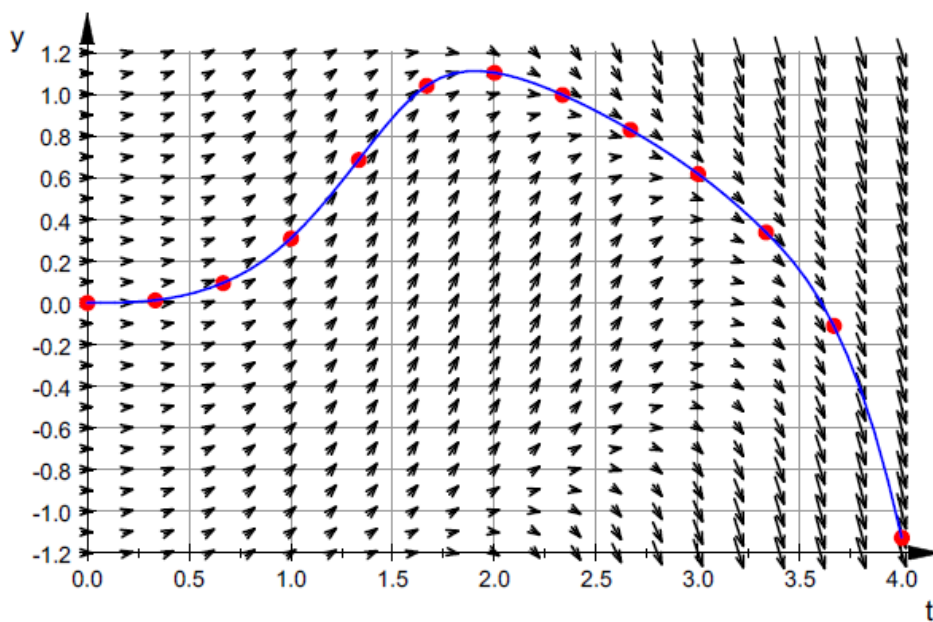
Възможно е и изобразяване на решенията на диференциалното уравнение чрез командата plot::ode2D. На фигура 7 са показани решенията на $y'' + y' = 0$, $y'' + y' = 0$ и $(y')^2 + 4y'' = 0$ при съответните начални условия.

```
f := (t, Y) -> [Y[2], - Y[1]^7]:
Y0 := [1, 0]:
G1 := (t, Y) -> [t, Y[1]]:
G2 := (t, Y) -> [t, Y[1]^2/2 + Y[2]^2/2]:
G3 := (t, Y) -> [t, Y[1]^8/8 + Y[2]^2/2]:
p := plot::Ode2d(f, [i/2 $ i = 0..40], Y0,
                [G1, Style = Lines, Color = RGB::Red],
                [G1, Style = Points, Color = RGB::Black],
                [G2, Style = Lines, Color = RGB::Blue],
                [G2, Style = Points, Color = RGB::Black],
                [G3, Style = Lines, Color = RGB::Green],
                [G3, Style = Points, Color = RGB::Black],
                PointSize = 1.5*unit::mm,
                LineWidth = 0.2*unit::mm
                ):
plot(p):
```

Фигура 7. Графично представяне на решенията на три обикновени диференциални уравнения

На фигура 8 е показано решение на диференциално уравнение в съответното векторно поле.



Фигура 8. Визуализация на решение на обикновено диференциално уравнение и векторното поле

Заклучение

Използването на MuPAD в процеса на обучение по Висша математика може да варира от минимално ниво (например, да се използва понякога за демонстрация на математически идеи и концепции) до по-високо ниво, при което студентите сами моделират реални проблеми под формата на курсови задания или дипломни работи.

Бързите промени в компютърните и информационните технологии и големият брой математически софтуер (Maple, Mathematica, MatLab и др.) са предпоставка за постепенна промяна на методите на преподаване висша математика.

Литература

- [1] Й.Тончев. MuPAD новият символен мотор на MATLAB. Техника, София, 2011.
- [2] Enhancing University Mathematics: Proceedings of the First KAIST International Symposium on Teaching. Vol.14 (ed. Ki-hyöng Ko, Deane Arganbright), American Mathematical Soc., 2007.
- [3] Stanoyevitch Al., Incorporating MATLAB® into University Mathematics Programs. CBMS Issues in Mathematics Education 14 (2007), the American Mathematical Society
- [4] www.maths.cam.ac.uk/undergrad/catam/
- [5] www.mathworks.com/academia/student_center/tutorials/
- [6] <http://www.mathworks.com/discovery/mupad.html>
- [7] www.mathworks.com/help/symbolic/performing-symbolic-computations.html#brvfxem-1
- [8] www.mathworks.com/tagteam/70730_91973v00_Oxford_UserStory_final.pdf